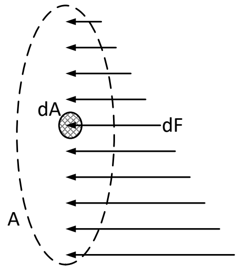
Pomiar ciśnienia, manometry cieczowe

1. Ciśnienie – definicja, podział

W wyniku zderzania się molekuł płynu z powierzchnią ciała stałego powstaje siła, która odniesiona do pola powierzchni definiowana jest jako **ciśnienie**. W przypadku siły niejednorodnej, czyli takiej, której wartość zależy od punktu jej działania, ciśnienie definiujemy jako elementarne. Jest to stosunek siły działającej prostopadle do powierzchni elementarnej, na którą ona działa (rys. 1)

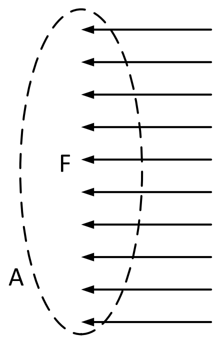
$$dp = \frac{dF}{dA}. \tag{1}$$



Rys. 1. Niejednorodna siła działająca na powierzchnię.

W przypadku siły jednorodnej, tzn. takiej której wartość nie zależy od punktu działania, ciśnienie jest stosunkiem wartości tej siły do pola powierzchni, na którą działa (rys. 2)

$$p = \frac{F}{A}. \tag{2}$$



Rys. 2. Jednorodna siła działająca na powierzchnię.

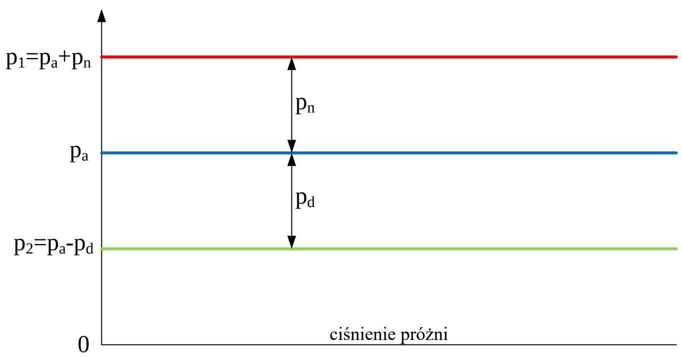
Jednostką ciśnienia w układzie SI jest paskal Pa (N/m^2), ponieważ Pascal jest bardzo małą wartością, stąd w praktyce stosuje się jednostki krotne takie jak: hPa = 10^2 Pa, kPa = 10^3 Pa, MPa = 10^6Pa.

Ciśnienie wyraża się także w wysokości słupa cieczy o danej gęstości i nazywa wówczas **<u>wysokością ciśnienia</u>.** Jednostką wysokości ciśnienia jest jednostka długości - w układzie SI jest to metr i jego krotności.

$$H = \frac{p}{\rho g}. \tag{3}$$

Ze względu na wartość względem, której podawane jest ciśnienie rozróżnia się jego dwa podstawowe rodzaje: ciśnienie bezwzględne (absolutne) i ciśnienie względne. Ciśnienie bezwzględne to takie, którego wartość podawana jest względem idealnej próżni. Ciśnienie bezwzględne w idealnej próżni wynosi 0 Pa. Ciśnienie względne natomiast, to takie, którego wartość zmierzona jest odniesiona do jakiegoś innego znanego ciśnienia. Najczęściej ciśnieniem odniesienia względem, którego podawane są inne ciśnienia jest ciśnienie barometryczne. Ciśnienie barometryczne (atmosferyczne) to ciśnienie wywierane przez powietrze (atmosferę) na powierzchnię Ziemi, które oznaczane jest symbolem p_b. W warunkach normalnych ciśnienie barometryczne (atmosferyczne) wynosi 101 325 Pa, co po przeliczeniu na wysokość ciśnienia słupa wody wynosi 10,3 m lub 760 mm słupa rtęci. Do pomiaru wartości ciśnienia barometrycznego służy barometr, którego zasada działania zostanie opisana w dalszej części.

Jeżeli ciśnienie ma wartość większą od ciśnienia względem, którego jest podawane to nadwyżka ciśnienia nazywa jest nadciśnieniem. Natomiast jeżeli ciśnienie ma wartość mniejszą od ciśnienia odniesienia, to różnica pomiędzy ciśnieniem odniesienia a ciśnieniem mierzonym nazywa się podciśnieniem. Na rys. 3 przedstawiono interpretację graficzną ciśnienia bezwzględnego oraz względnego. Na osi rzędnych (pionowej) zaznaczono ciśnienie bezwzględne, poziom 0 odpowiada ciśnieniu w próżni idealnej.



Rys. 3. Interpretacja graficzna ciśnienia bezwzględnego (p_a, p_1 i p_2) i względnego (p_n, p_d).

Zgodnie z rys. 3, nadciśnienie p_n, jest różnicą pomiędzy mierzonym ciśnieniem bezwzględnym p_1 i ciśnieniem odniesienia p_a. Z kolei ciśnienie bezwzględne p_1 jest sumą ciśnienia odniesienia p_a i nadciśnienia p_n.

$$p_1 = p_a + p_n. \tag{4}$$

Natomiast podciśnienie p_d, jest różnicą pomiędzy ciśnieniem odniesienia p_a i ciśnieniem bezwzględnym p_2. Ciśnienie bezwzględne p_2 jest różnicą pomiędzy ciśnieniem odniesienia p_a i podciśnieniem p_d.

$$p_2 = p_a - p_d. \tag{5}$$

Inny podział ciśnień to: ciśnienie statyczne p_s, dynamiczne p_d i całkowite p_c.

Ciśnienie statyczne powstaje na skutek działania siły powierzchniowej w kierunku normalnym (prostopadłym) do kierunku przepływu płynu. Ciśnienie statyczne występuje w płynie pozostającym w spoczynku lub jest składową normalną ciśnienia (prostopadłą) poruszającego się płynu.

Ciśnienie dynamiczne powstaje na skutek działania siły bezwładności zgodnie z kierunkiem przepływu. Suma ciśnienia statycznego i dynamicznego nazywana jest ciśnieniem całkowitym

$$p_c = p_s + p_d = p_s + \alpha \frac{\rho v^2}{2}, \tag{6}$$

gdzie α - współczynnik Coriolisa.

Należy zauważyć, że ciśnienie statyczne i dynamiczne to człony równania Bernouliego.

Do pomiaru ciśnienia dynamicznego służy rurka Prandtla, natomiast do pomiaru ciśnienia całkowitego rurka Pitota. Rurki Prandtla i Pitota zaliczają się do tzw. rurek piętrzących Natomiast do pomiaru ciśnienia statycznego służy króciec boczny umieszczony w ściance przewodu [X].

2. Statyka płynu

2.1. Podstawowe równania statyki płynu

W płynie pozostającym w spoczynku możemy wyodrębnić objętość kontrolną o wymiarach i masie dążących do 0. Na tą objętość działają siły powierzchniowe [X] oraz siły masowe [X]. Siła powierzchniowa działa na powierzchnie ograniczające objętość kontrolną, natomiast siła masowa działa na masę płynu zawartą w objętości kontrolnej. W mechanice płynu wygodniej posługiwać się jednostkowymi siłami powierzchniowymi i masowymi. Jednostkowa siła powierzchniowa jest to główna siła powierzchniowa odniesiona do powierzchni na którą działa, nazywana jest także naprężeniem. Wymiarem jednostkowej siły powierzchniowej jest paskal. Natomiast jednostkowa siła masowa jest to główna siła masowa odniesiona do masy płynu. Wymiarem jednostkowej siły masowej jest m/s^2, czyli ma ona wymiar przyśpieszenia. Jednak zarówno jednostkowa siła powierzchniowa jak i masowa są wektorami, stąd posiadają wszystkie cechy wektora.

Jeżeli zapiszemy bilans sił masowych i powierzchniowych działających na objętość kontrolną płynu, to po prostych przekształceniach [X] otrzymamy podstawowe równanie statyki płynu w postaci

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz), \tag{7}$$

w którym dp – elementarne ciśnienie działające na ciecz, ρ – gęstość płynu, X, Y, Z – składowe jednostkowej siły masowej działające wzdłuż osi x, y, z, dx, dy, dz – elementarne wymiary objętości kontrolnej.

Równanie (7) umożliwia obliczenie rozkładu ciśnienia w płynie pozostającym w spoczynku. Jeśli założymy, że ciśnienie w płynie ma być stałe p = const oznacza to, że nie występuje zmiana ciśnienia, czyli pochodna dp = 0. Podstawiając to do (7) otrzymamy wzór na powierzchnię jednakowego ciśnienia

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0. \tag{8}$$

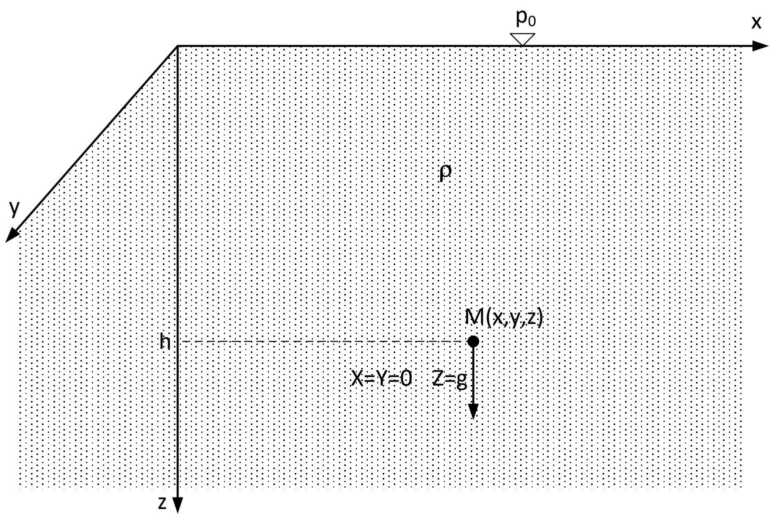
Równanie (8) również należy do podstawowych równań statyki płynu. Wynika z niego, że do wyznaczenia rozkładu ciśnienia oraz równania powierzchni jednakowego ciśnienia potrzebna jest znajomość składowych jednostkowej siły masowej X, Y, Z. Przykładowe siły masowe działające na płyn to siła grawitacji, siła bezwładności (d'Alemberta) oraz siła odśrodkowa. Siła masowa występuje tylko wtedy, kiedy płyn posiada masę. Stąd oddziaływanie sił masowych w cieczach jest bardziej widoczne niż w gazach, ze względu na ich większą gęstość, a tym samym masę.

2.2. Ciśnienie w płynie znajdującym w polu grawitacyjnym

Rozważmy przypadek płynu pozostającego w spoczynku i znajdującego się w polu grawitacyjnym. Układ współrzędnych przyjmiemy w ten sposób, że osie x i y są do siebie prostopadłe i położone na powierzchni płynu, natomiast oś z jest skierowana pionowa w dół nazywany układem Euklidesa (rys. 4). W ten sposób współrzędna odczytana z osi z bezpośrednio pokazuje głębokość na jakiej znajduje się wybrany element płynu (rys. 4). Na każdy element płynu znajdujący się w polu grawitacyjnym będzie działać siła ciężkości, której zwrot będzie zgodny z kierunkiem osi z. Jest to siła masowa, którą rozłożymy na składowe działające wzdłuż wszystkich osi i obliczymy ich wartości jednostkowe. Ponieważ wzdłuż poziomych osi x i y nie działa żadna siła to składowe te będą równe 0. Pozostaje wyznaczenie składowej działającej wzdłuż osi z. Zgodnie z definicją jednostkowej siły masowej jest to siła główna, czyli ciężar elementu ΔG płynu odniesiony do masy płynu Δm, stad otrzymamy

$$Z = \frac{\Delta G}{\Delta m} = \frac{\Delta m g}{\Delta m} = g. \tag{9}$$

Stąd wynika, że składowe jednostkowej siły masowej w polu grawitacyjnym wynoszą odpowiednio X = Y = 0, a Z = g. Składowa pionowa jednostkowej siły masowej w polu grawitacyjnym ma zatem wymiar przyśpieszenia i liczbowo jest równa przyśpieszeniu ziemskiemu.



Rys. 4. Jednostkowe siły masowe działające na element płynu w polu grawitacyjnym.

Wyznaczone składowe *X, Y, Z* podstawimy do równania (7) otrzymując

$$dp = \rho g dz. \tag{10}$$

Jeżeli założymy, że płyn jest jednorodny, czyli w każdym punkcie ma taką samą gęstość, to po scałkowaniu równania (10) otrzymamy

$$p = \rho g z + C, \tag{11}$$

gdzie C jest stałą całkowania, którą wyznaczymy z warunku brzegowego: dla współrzędnej $z = 0$ ciśnienie na powierzchni swobodnej wynosi $p = p_0$. Po podstawieni warunku brzegowego do (11) otrzymamy stałą całkowania

$$C = p_0, \tag{12}$$

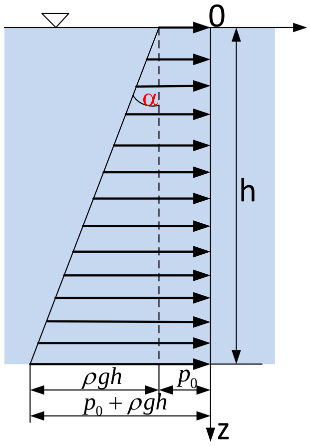
którą następnie podstawimy do (11) otrzymując wzór na rozkład ciśnienia w płynie znajdujących się w polu grawitacyjnym

$$p = p_0 + \rho g z. \tag{13}$$

Ze wzoru (13) wynika, że ciśnienie na głębokości z jest równe sumie ciśnienia p_0 na powierzchni swobodnej płynu oraz iloczynu $\rho g z$ (rys. 5). Iloczyn ten nazywamy ciśnieniem hydrostatycznym. Ciśnienie hydrostatyczne rośnie liniowo z głębokością. Szybkość przyrostu ciśnienia wynosi

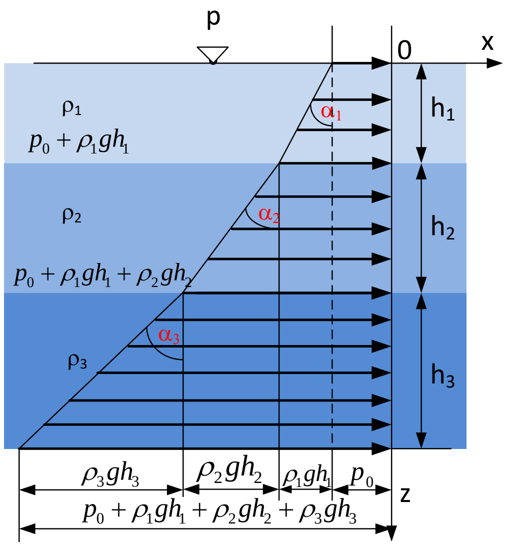
$$\frac{dp}{dz} = \frac{p_0+\rho g z}{dz} = \rho g = tg \propto, \tag{14}$$

czyli zależy tylko od gęstości płynu i jest równa tangensowi kąta α.



Rys. 5. Rozkład ciśnienia w płynie znajdującej się w polu grawitacyjnym.

W przypadku kilku niemieszających się płynów o różnych gęstościach, ciśnienie na dowolnej głębokości jest sumą ciśnienia na powierzchni swobodnej i ciśnień hydrostatycznych pochodzących od poszczególnych płynów (rys. 6).



Rys. 6. Ciśnienie w przypadku 3 niemieszających się płynów znajdujących się w polu grawitacyjnym.

Stąd ciśnienie na głębokości h_1+h_2+h_3 wynosi

$$\mathrm{p} = \mathrm{p}_0 + \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2 + \rho_3 gh_3 . \tag{15}$$

Płyn o największej gęstości jest zawsze najniżej stąd też dla płynu o gęstości ρ_3 następuje najszybszy przyrost ciśnienia hydrostatycznego. Dla płynu o największej gęstości następuje najszybszy przyrost ciśnienia hydrostatycznego. Pomiędzy kątami nachylenia rozkładu ciśnienia hydrostatycznego zachodzi następująca zależność $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$ (rys. 6).

Ciśnienie hydrostatyczne może być także wyrażone w metrach (3) i nazywa się wysokością ciśnienia hydrostatycznego H (16). Jeśli odniesiemy go do gęstości rozpatrywanego płynu, to jest ono liczbowo równe wysokości warstwy tego płynu

$$H = \frac{\rho g h}{\rho g} = h. \tag{16}$$

W celu określenia równania powierzchni jednakowego ciśnienia należy do (8) podstawić wyznaczone wcześniej składowe jednostkowej siły masowej $X = Y = 0$, $Z = g$. Otrzymamy

$$gdz = 0, \tag{17}$$

a po scałkowaniu z = const. Oznacza to, że w polu grawitacyjnym punkty znajdujące się na tej samej głębokości w jednorodnym płynie tworzą płaszczyzny jednakowego ciśnienia.

2.3. Prawo naczyń połączonych

Dla układu dwóch lub więcej naczyń połączonych w ten sposób, że ciecz może pomiędzy nimi swobodnie przepływać, można sformułować prawo mówiące, o warunkach, które muszą zostać spełnione, aby ciśnienia były równe.

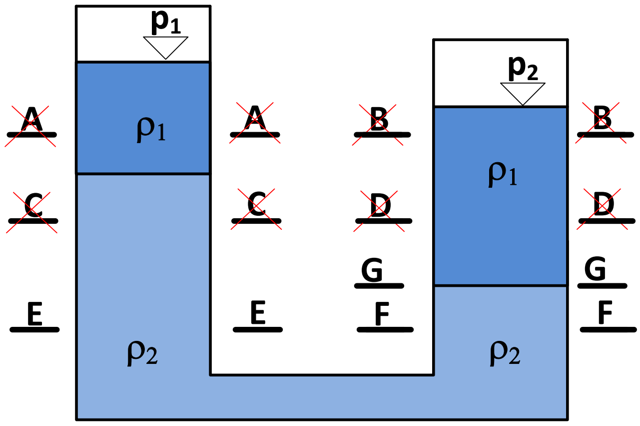
Prawo naczyń połączonych: cząstki płynu należące do tej samej ciągłej masy ciekłej i leżące na tej samej płaszczyźnie poziomej, podlegają działaniu jednakowego ciśnienia.

Prawo to można zinterpretować w ten sposób, że aby ciśnienia w dwóch dowolnie wybranych przekrojach były równe muszą być spełnione jednocześnie dwa warunki:

a) przekroje muszą być położone na tej samej płaszczyźnie poziomej (spełnienie tego warunku dokonuje się na etapie wyboru przekrojów),

b) w obu wybranych przekrojach musi być ten sam ciągły płyn (oznacza to, że płyn w dwóch wybranych przekrojach nie może być rozdzielony innym płynem lub przegrodą).

Należy zauważyć, że aby spełnione było prawo naczyń połączonych nie wystarcza ta sama gęstość płynu w wybranych przekrojach, ale dodatkowo musi być spełniony warunek ciągłości płynu. Na rys. 7 przedstawiono przykładowe przekroje, w których ciśnienia są takie same i takie, w których ciśnienia są różne.



Rys. 7. Wybór przekrojów do prawa naczyń połączonych

Na rys. 7 wybrano 3 pary przekrojów A-B, C-D i E-F. Pary te wybrano tak, aby był spełniony pierwszy warunek prawa naczyń połączonych czyli są położone na tej samej płaszczyźnie poziomej. W przekrojach A-B znajduje się ten sam płyn o gęstości ρ_1, ale nie można z przekroju A przejść do przekroju B poruszając się w obrębie tego samego płynu – jest on rozdzielony płynem o gęstości ρ_2. Oznacza to, że drugi warunek prawa naczyń połączonych nie jest spełniony i ciśnienia w przekrojach A i B są różne.

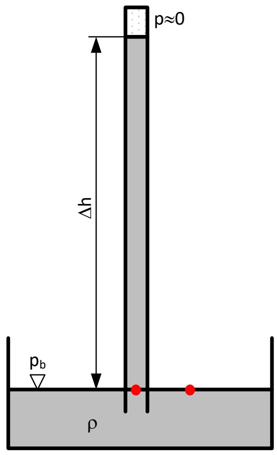
W przekroju C znajduje się płyn o gęstości ρ_2 natomiast w przekroju D o gęstości ρ_1, są to dwa różne płyny, więc również w tym przypadku nie jest spełnione prawo naczyń połączonych. Dla przekrojów E-F pierwszy i drugi warunek prawa naczyń połączonych jest spełniony. Można z przekroju E przejść do przekroju F poruszając się w płynie o gęstości ρ_2, czyli jest zachowana ciągłość ośrodka.

W omawianym przykładzie we wszystkich przekrojach położonych powyżej przekroju G-G prawo naczyń połączonych nie jest spełnione, natomiast w przekrojach położonych poniżej jest. Zatem istnieje nieskończenie wiele przekrojów, które spełniają prawo naczyń połączonych jak i tych, które jego nie spełniają. W praktyce wybiera się przekroje położone w miejscach wymiarowania, najczęściej jest to styk dwóch płynów.

3. Przyrządy do pomiaru ciśnienia

3.1. Barometr Torricellego

Przyrząd ten został opracowany w 1643 r. przez Evangeliste Torricellego. Eksperyment polegał na napełnieniu probówki o długości ok. 1 metra rtęcią, a następnie odwróceniu i połączeniu z szerszym naczyniem na dole (rys. 8). Pod działaniem siły ciężkości część rtęci wypłynęła do dolnego naczynia tworząc w górnej części próbówki tzw. „próżnią Torricellego”. Nie jest to rzeczywista próżnia, ponieważ przestrzeń ta wypełniona jest nasyconą parą rtęci. W wyniku ustalenia się równowagi rtęć wypełnia probówkę na określonej wysokości , która jest zależna od wartości ciśnienia barometrycznego.



Rys. 8. Barometr rtęciowy Torricellego.

Stosując prawo naczyń połączonych można powiedzieć, że ciśnienie na powierzchni rtęci w dolnym naczyniu, jest takie samo jak ciśnienie na tym samym poziomie wewnątrz probówki (spełnione są oba warunki prawa naczyń połączonych). Czyli wewnątrz rurki, w miejscu oznaczonym kropką panuje ciśnienie barometryczne p_b. Ciśnienie to jest wyższe od ciśnienia p w górnej części probówki o wartość ciśnienia hydrostatycznego związanego z wysokością Δh

$$p_b = p + \rho_{Hg} g \Delta h. \qquad (18)$$

Ponieważ ciśnienie $p \approx 0$ stąd

$$p_b \approx \rho_{Hg} g \Delta h \qquad (19)$$

czyli do pomiaru ciśnienia barometrycznego wystarcza znajomość gęstości rtęci i jej wysokości wychylenia w rurce.

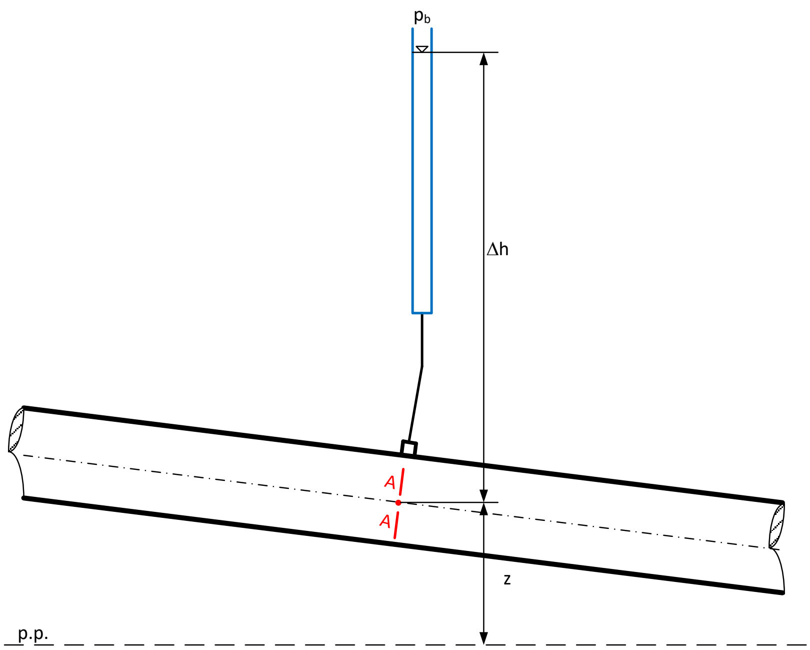
3.2. Piezometr – pomiar ciśnienia względnego w układach hydraulicznych

Piezometr to pionowa rurka, której górny koniec jest zawsze otwarty, a dolny koniec podłączony jest do wybranego przekroju w układzie hydraulicznym. Cieczą, która znajduje się w piezometrze jest zawsze ta sama ciecz, która wypełnia rozpatrywany układ hydrauliczny. Za pomocą piezometru można wykonać pomiar ciśnienia względnego w zbiornikach i przewodach zamkniętych, a także w warstwach wodonośnych wód gruntowych.

Na rys. 9 przedstawiono typowy układ pomiaru ciśnienia względnego w przewodzie zamkniętym. W rurze zainstalowano króciec boczny do pomiaru ciśnienia statycznego, do którego podłączono dolny koniec piezometru. Na powierzchni cieczy w piezometrze panuje ciśnienie barometryczne. Ciśnienie w przekroju pomiarowym A-A jest wyższe od ciśnienia barometrycznego o wartość ciśnienia hydrostatycznego, stąd

$$p_A = p_b + \rho g \Delta h\,. \tag{20}$$

Ciśnienie $\rho g \Delta h$ nazywane jest także ciśnieniem piezometrycznym. Wysokość Δh jest zawsze mierzona od osi rurociągu.

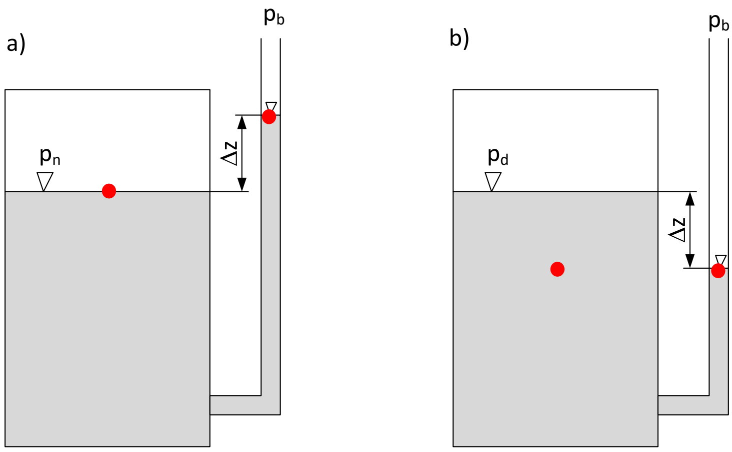


Rys. 9. Pomiar ciśnienia względnego w przewodzie zamkniętym.

Na rys. 10 przedstawiono baterię piezometrów do pomiaru ciśnienia piezometrycznego w 14 przekrojach. Najczęściej ze względu na wygodę pomiaru wychylenia piezometrów mierzone są względem ustalonego poziomu porównawczego, a nie względem osi przewodu. Stąd zgodnie z rys. 9 każdy z piezometrów mierzy sumę wysokości położenia danego przekroju i wysokości ciśnienia piezometrycznego. W celu otrzymania samego ciśnienia piezometrycznego od zmierzonej wartości należy odjąć wysokość położenia lub też dokonać pomiaru wychylenia od osi przewodu.

Rys. 10. Bateria piezometrów z układem pomiarowym

Innym przykładem zastosowania piezometrów jest pomiar ciśnienia względnego w zbiornikach zamkniętych. Na rys. 11a) przedstawiono zbiornik zamknięty, w którym panuje nadciśnienie, natomiast na rys. 11b) podciśnienie. W przypadku nadciśnienia ciecz wychyla się powyżej powierzchni swobodnej w zbiorniku, natomiast w przypadku podciśnienia poniżej.



Rys. 11. Pomiar ciśnienia względnego w zbiorniku zamkniętym z nadciśnieniem i podciśnieniem.

Na rys. 11 oznaczono punkty, w których zgodnie z prawem naczyń połączonych panują jednakowe ciśnienia. W przypadku zbiornika, w którym panuje nadciśnienie, ciśnienie na powierzchni cieczy w zbiorniku jest równe ciśnieniu w rurce piezometrycznej na tym samym poziomie, stąd otrzymamy równanie

$$p_b + p_n = p_b + \rho g \Delta z\,, \tag{21}$$

a po uproszczeniu wzór na wartość mierzonego nadciśnienia

$$p_n = \rho g \Delta z\,. \tag{22}$$

W zbiorniku, w którym panuje podciśnienie, ciśnienie barometryczne na powierzchni cieczy w rurce piezometrycznej jest równe ciśnieniu w zbiorniku na tym samym poziomie, stąd otrzymamy

$$p_b = p_b - p_d + \rho g \Delta z\,, \tag{23}$$

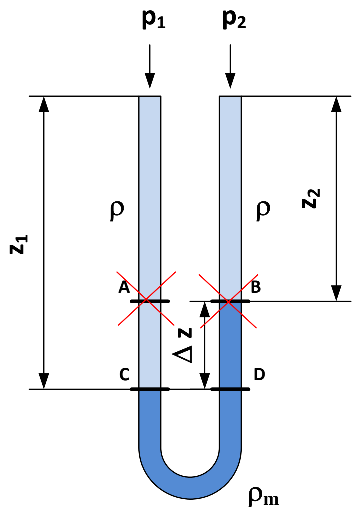
a po uproszczeniu wzór na wartość mierzonego podciśnienia

$$p_d = \rho g \Delta z\,. \tag{24}$$

Z porównania wzorów (22) i (24) wynika, że wartość mierzonego ciśnienia względnego wyraża się tym samym równaniem, rodzaj ciśnienia natomiast określa się po wychyleniu piezometru względem powierzchni cieczy w zbiorniku.

3.3. Manometr różnicowy U-rurkowy

Manometry różnicowe służą do pomiaru różnicy ciśnień w dwóch przekrojach pomiarowych. Cechą charakterystyczną manometrów różnicowych jest obecność dwóch króćców pomiarowych. Przykładem manometru różnicowego jest manometr wykonany z przezroczystej rurki wygiętej w kształcie litery „U" (rys. 12). W dolnej części rurki znajduje się tzw. płyn manometryczny. Pod wpływem przyłożonej różnicy ciśnień następuje wychylenie cieczy manometrycznej.



Rys. 12. Manometr różnicowy U-rurkowy.

Korzystając z prawa naczyń połączonych można wyprowadzić wzór przedstawiający mierzoną różnicę ciśnień. W tym celu trzeba w manometrze wybrać 2 przekroje, w których spełnione jest prawo naczyń połączonych. Sprawdzamy przekroje położone na styku dwóch płynów. W przekrojach A-B prawo naczyń połączonych nie jest spełnione pomimo, że mamy ten sam płyn o gęstości ρ. Nie jest jednak zachowany warunek ciągłości płynu – jest on rozdzielony płynem o gęstości ρ_m. Natomiast w przekrojach C-D ciśnienia są takie same. Na tej podstawie otrzymujemy $p_C=p_D$ stąd

$$p_1 + \rho g z_1 = p_2 + \rho g z_2 + \rho_m g \Delta z \,, \tag{25}$$

po pogrupowaniu i zapisaniu różnicy ciśnień Δp

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \rho g z_2 - \rho g z_1 + \rho_m g \Delta z \,, \tag{26}$$

$$\Delta p = \rho_m g \Delta z - \rho g \Delta z \,, \tag{27}$$

ostateczny wzór do obliczenia różnicy ciśnień mierzoną za pomocą manometru U-rurkowego przyjmuje postać

Rys. 13. Manometr U-rurkowy (zwykły).

$$\Delta p = \left(\rho_m - \rho\right) g \Delta z \,. \tag{28}$$

W szczególnych przypadkach ρ_m>>ρ i wzór upraszcza się do postaci

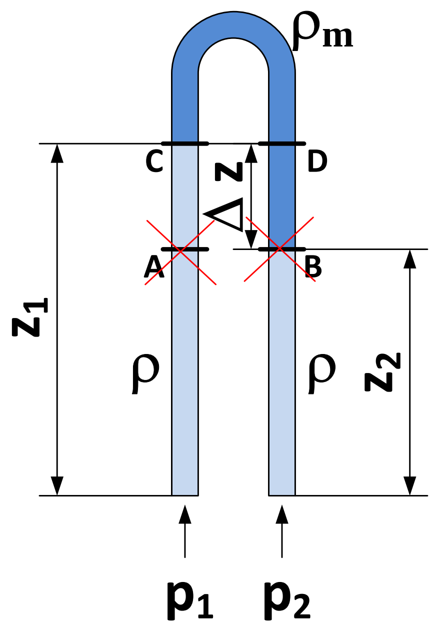
$$\Delta p \approx \rho_m g \Delta z \,. \tag{29}$$

Przypadek taki występuje np. gdy płynem manometrycznym jest woda lub rtęć, a płynem podlegający pomiarowi powietrze.

Na rys. 13 przedstawiono fotografię przykładowego manometru U-rurkowego (zwykłego).

3.4. Manometr różnicowy U-rurkowy odwrócony

Manometr różnicowy U-rurkowy odwrócony różni się od manometru U-rurkowego (zwykłego) tym, że rurka wygięta w kształcie odwróconej litery „U" (rys. 14). Inną różnicą jest płyn manometryczny, który w tym przypadku znajduje się w górnej części rurki – musi zachodzić następująca zależność pomiędzy płynem manometrycznym i mierzonym $\rho_m<\rho$.



Rys. 14. Manometr różnicowy U-rurkowy odwrócony.

W manometrze U-rurkowym odwróconym prawo naczyń połączonych spełnione jest w przekrojach C-D, natomiast nie spełnione w przekrojach A-B ze względu na brak ciągłości płynu o gęstości ρ. Po zapisaniu równania dla przekrojów C-D otrzymamy $p_C=p_D$ stąd

$$p_1 - \rho g z_1 = p_2 - \rho g z_2 - \rho_m g \Delta z \,, \tag{30}$$

po pogrupowaniu i zapisaniu różnicy ciśnień Δp

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \rho g z_1 - \rho g z_2 - \rho_m g \Delta z\,, \tag{31}$$

$$\Delta p = \rho_m g \Delta z - \rho g \Delta z\,, \tag{32}$$

ostatecznie wzór przedstawiający różnicę ciśnień mierzoną przez manometr U-rurkowy odwrócony ma postać

$$\Delta p = \left(\rho - \rho_m\right) g \Delta z\,. \tag{33}$$

Jeżeli porównamy wzór (33) ze wzorem (28) to łatwo można zauważyć, że w nawiasie występuje różnica w zapisie kolejności gęstości płynów manometrycznego i podlegającego pomiarowi.

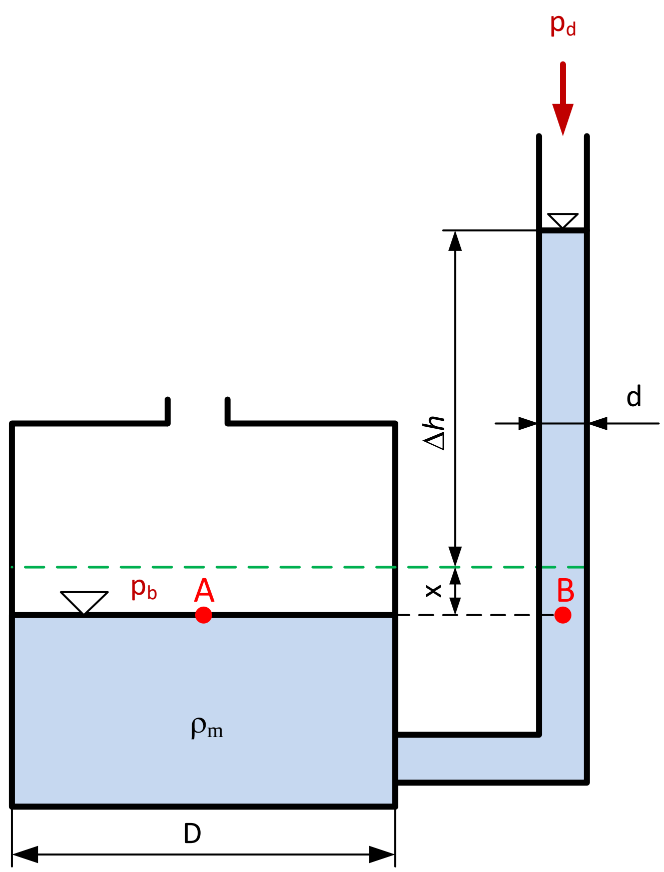
W szczególnych przypadkach, w których $\rho_m << \rho$ wzór (33) upraszcza się do postaci

$$\Delta p \approx \rho g \Delta z\,. \tag{34}$$

Przypadek taki występuje np. wtedy, kiedy płynem manometrycznym jest powietrze, a płynem podlegający pomiarowi woda.

3.5. Manometr jednoramienny

Manometr jednoramienny zbudowany jest z otwartego zbiornika i bocznie podłączonej do niego pionowej rurki (rys. 15). Po napełnieniu zbiornika cieczą manometryczną poziom cieczy w zbiorniku i w rurce będzie taki sam (linia w kolorze zielonym), pod warunkiem, że rurka będzie otwarta. Wychylenie w rurce możliwe będzie tylko wtedy, kiedy przyłoży się do niej podciśnienie. Im wyższa wartość podciśnienia tym wyższe będzie wychylenie Δh, stąd istnieje zależność funkcyjna pomiędzy $p_d=f(\Delta h)$, którą w dalszej części wyznaczymy. Przyrost wysokości cieczy w rurce o Δh powoduje obniżenie poziomu cieczy manometrycznej w zbiorniku o wysokość x. Stąd do wyprowadzenia zależności na wysokość Δh w manometrze, oprócz prawa naczyń połączonych należy zastosować bilans objętości.



Rys. 15. Manometr jednoramienny

Z prawa naczyń połączonych ciśnienie na powierzchni cieczy w zbiorniku oraz na tym samym poziomie w rurce jest takie samo, równanie ma postać $p_A = p_B$ stąd

$$p_b - p_d + \rho_m g \Delta h - \rho_m g x = p_b \,. \tag{35}$$

Do wyznaczenia wysokości *x*, która przedstawia wysokość o jaką obniży się poziom cieczy w zbiorniku, zastosowany zostanie bilans objętości. Objętość cieczy manometrycznej, która przybywa w rurce V_1 jest równa objętości ubywającej ze zbiornika V_2, stąd przy założeniu, że zbiornik i rurka mają przekrój kołowy otrzymamy $V_1 = V_2$

$$\frac{\pi D^2}{4} x = \frac{\pi d^2}{4} \Delta h \,. \tag{36}$$

Stąd wysokość *x* wynosi

$$x = \left(\frac{d}{D} \right)^2 \Delta h \,. \tag{37}$$

Po podstawieniu wzoru (37) do (35) obliczamy wartość podciśnienia

$$p_d = \rho_m g \Delta h + \rho_m g \Delta h \left(\frac{d}{D} \right)^2 = \rho_m g \Delta h \left[1 + \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right]. \tag{38}$$

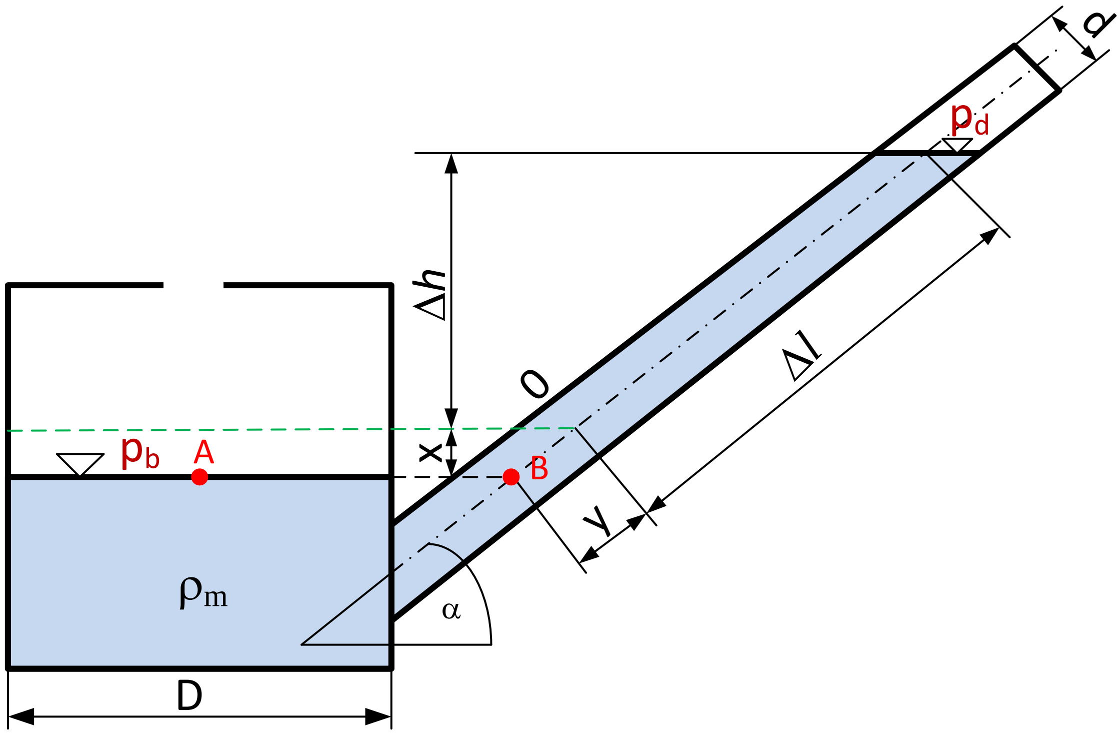
Jak wynika z (38) do wyznaczenia mierzonej wartości podciśnienia, oprócz znajomości gęstości cieczy manometrycznej i wychylenia manometru, potrzebna jest średnica zbiornika i rurki.

W praktyce tego typu manometry buduje się, tak aby był spełniony warunek D>>d, czyli przyrostowi objętości w rurce odpowiadał jak najmniejszy ubytek cieczy w zbiorniku. Wówczas równanie (38) upraszcza się do postaci

$$p_d \approx \rho_m g \Delta h\,. \tag{39}$$

3.6. Mikromanometr z rurką pochyłą (Recknagla)

Mikromanometr z rurką pochyłą, inaczej nazywany mikromanometrem Recknagla ma budowę podobną do manometru jednoramiennego. Różni się tym, że w manometrze jednoramiennym rurka usytuowana była pionowo, a w manometrze Recknagla jest możliwość ustawienia jej pod różnym kątem (rys. 16). Podobnie jak poprzednio zbiornik jest otwarty, a do rurki podawane jest podciśnienie. Wychylenie manometru mierzone jest wzdłuż rurki. W stanie równowagi, gdy p_d=0 poziom cieczy manometrycznej w zbiorniku i rurce jest taki sam (linia w kolorze zielonym). Podanie do rurki podciśnienia p_d≠0 powoduje wychylenie słupa cieczy w rurce, przy jednoczesnym obniżeniu jej poziomu w zbiorniku. W celu wyprowadzenia zależności pomiędzy mierzonym podciśnieniem a wychyleniem manometru zastosowane zostanie prawo naczyń połączonych oraz bilans objętości cieczy manometrycznej w zbiorniku i rurce.



Rys. 16. Mikromanometr z rurką pochyłą (Recknagla)

Z prawa naczyń połączonych ciśnienie na powierzchni cieczy w zbiorniku i na tym samym poziomie w rurce jest takie samo, stąd otrzymujemy $p_A = p_B$

$$p_b - p_d + \rho_m g \Delta h - \rho_m g x = p_b \,, \tag{40}$$

a po uproszczeniu i obliczeniu podciśnienia

$$p_d = \rho_m g \Delta h + \rho_m g x \,. \tag{41}$$

Wychylenie manometru mierzone jest wzdłuż rurki stąd wysokość Δh zostanie zastąpiona Δl korzystając z sinusa kąta pochylenia rurki

$$\Delta h = \Delta l \sin \alpha \,. \tag{42}$$

Brakującą wysokość x wyznacza się z omówionego wcześniej bilansu objętości, stąd przy założeniu, że zbiornik i rurka mają przekrój kołowy otrzymamy

$$\frac{\pi D^2}{4} x = \frac{\pi d^2}{4} \Delta l \,. \tag{43}$$

Wyznaczona wysokość x wynosi

$$x = \left(\frac{d}{D}\right)^2 \Delta l\,. \tag{44}$$

Po podstawieniu (42) i (44) do (41) i obliczeniu otrzymamy

$$p_d = \rho_m g \Delta l \left[\sin\alpha + \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]. \tag{45}$$

Dodatkowo sinus kąta α pochylenia rurki zastąpiony zostanie wielkością k, która jest przełożeniem manometru

$$k = \sin\alpha\,, \tag{46}$$

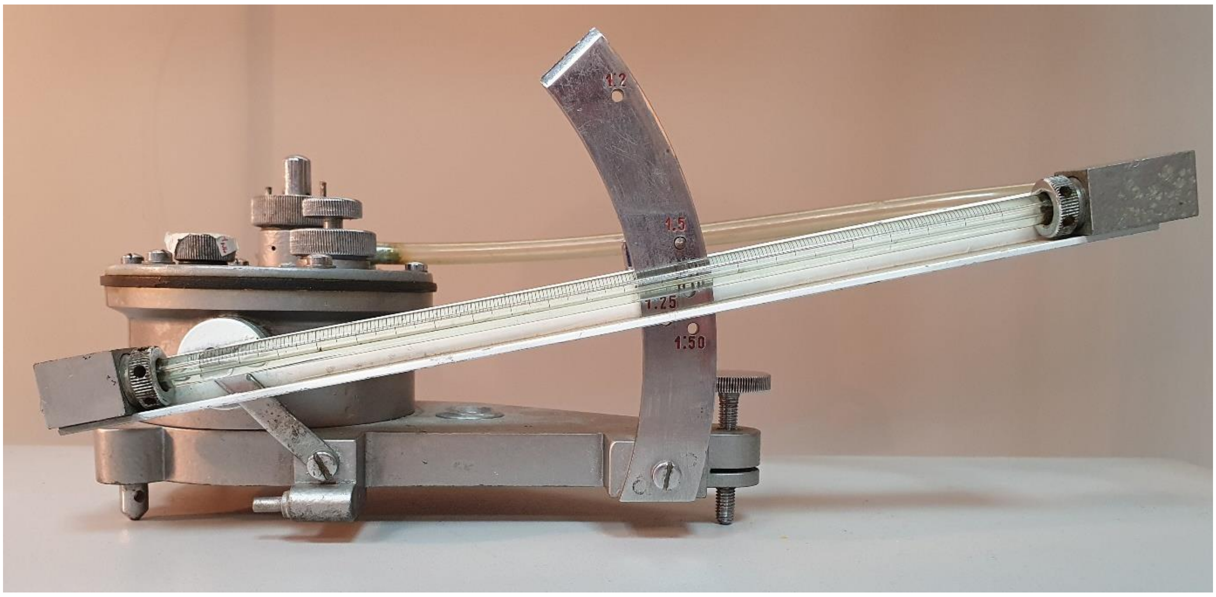
a wzór (45) przyjmie postać

$$p_d = \rho_m g \Delta l \left[k + \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]. \tag{47}$$

Jeśli średnica zbiornika będzie wielokrotnie większa niż średnica rurki (spełniony warunek D>>d) to przyrostowi objętości w rurce odpowiada mały ubytek cieczy w zbiorniku. Równanie (47) przyjmuje uproszczoną postać

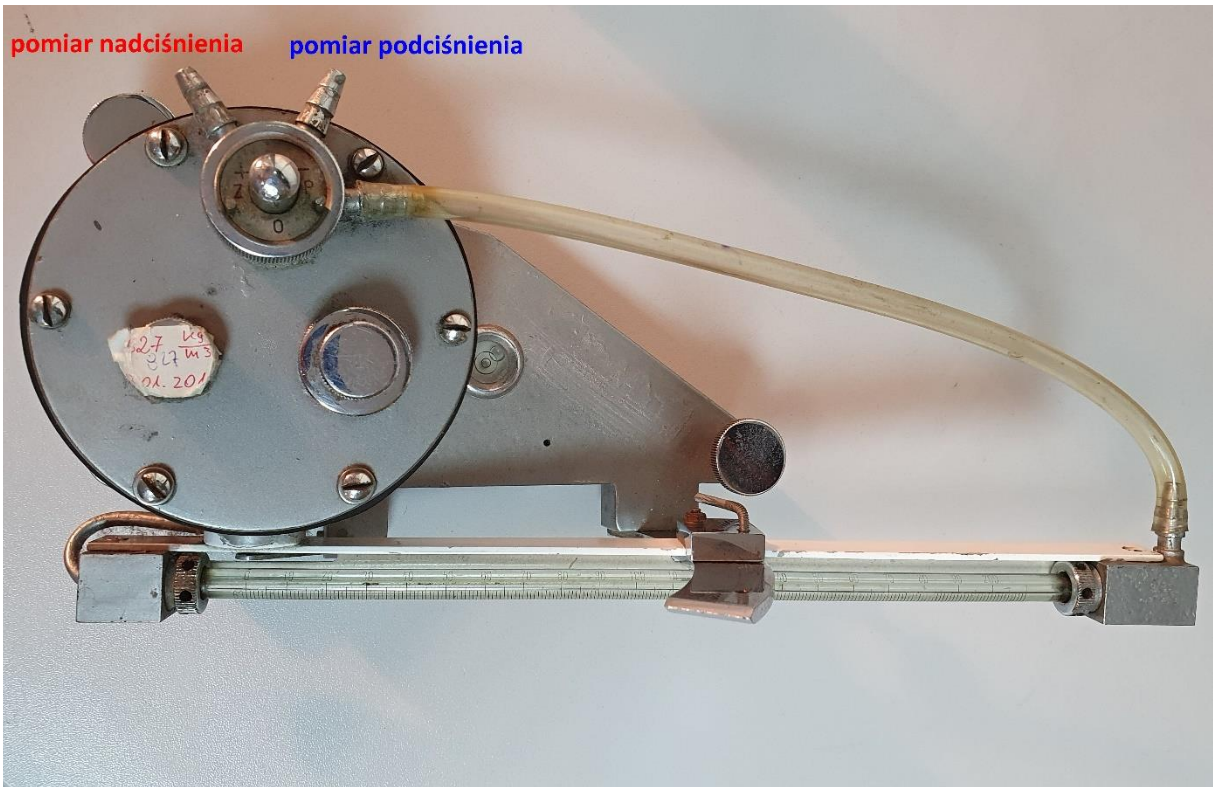
$$p_d \approx \rho_m g k \Delta l\,. \tag{48}$$

Pochylanie rurki stosuje się w celu zwiększenia dokładności pomiaru ciśnienia. Im mniejszy kąt α tym mniejsze przełożenie i większa dokładność pomiaru ciśnienia. Zmniejszanie przełożenia manometru zwiększa dokładność pomiaru, ale zmniejsza jego zakres. W celu uniknięcie przekroczenia zakresu pomiarowego manometru, czego skutkiem byłoby przelanie cieczy z rurki, przełożenie manometru musi być zawsze zmieniane od wartości największej (największego kąta pochylenia manometru). Największą dokładność pomiaru zostanie osiągnięta przy największym wychyleniu cieczy manometrycznej w rurce. Przełożenie manometru ustawiane jest poprzez zablokowanie pozycji rurki za pomocą trzpienia wkładanego w otwór wspornika (rys. 17). Przy otworach na wsporniku zapisane są wartości przełożenia, czyli sinusa kąta pochylenia rurki.



Rys. 17. Boczny widok manometru Recknagla. Rurka zablokowana
w pozycji odpowiadającej przełożeniu manometru k=1:5.

W przedstawionym układzie mikromanometr działa tylko wtedy jeśli do zbiornika doprowadzone jest ciśnienie barometryczne, a do rurki podciśnienie. W celu zwiększenia funkcjonalności i umożliwienia pomiaru nadciśnienia manometr wyposażony jest w króćce oznaczone „+" i „-". Przy pomiarze podciśnienia jest ono doprowadzone do króćca „-", natomiast pomiar nadciśnienia wymaga doprowadzenia ciśnienia do króćca „+" (rys. 18).

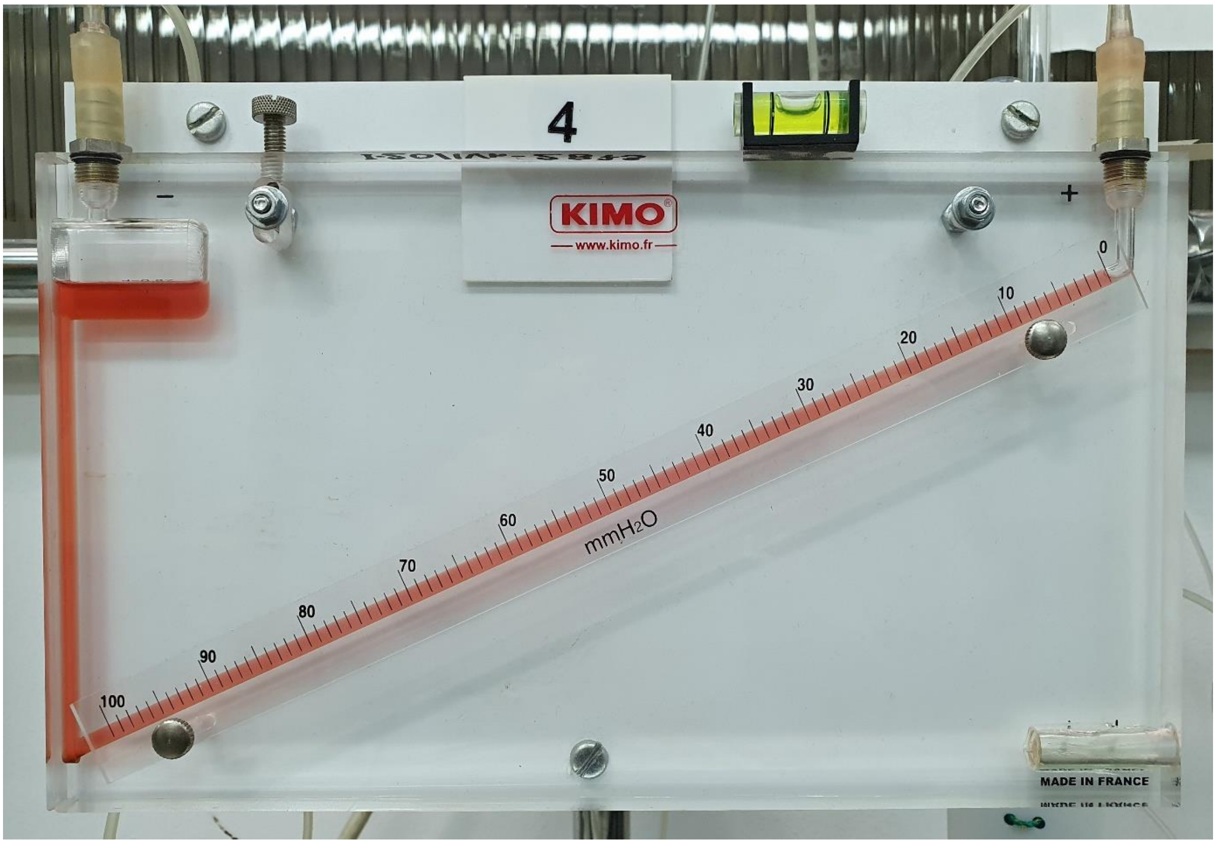


Rys. 18. Widok manometru Recknagla z góry. Króciec „+”
do pomiaru nadciśnienia i „-” do pomiaru podciśnienia.

3.7. Manometry cieczowe skośne

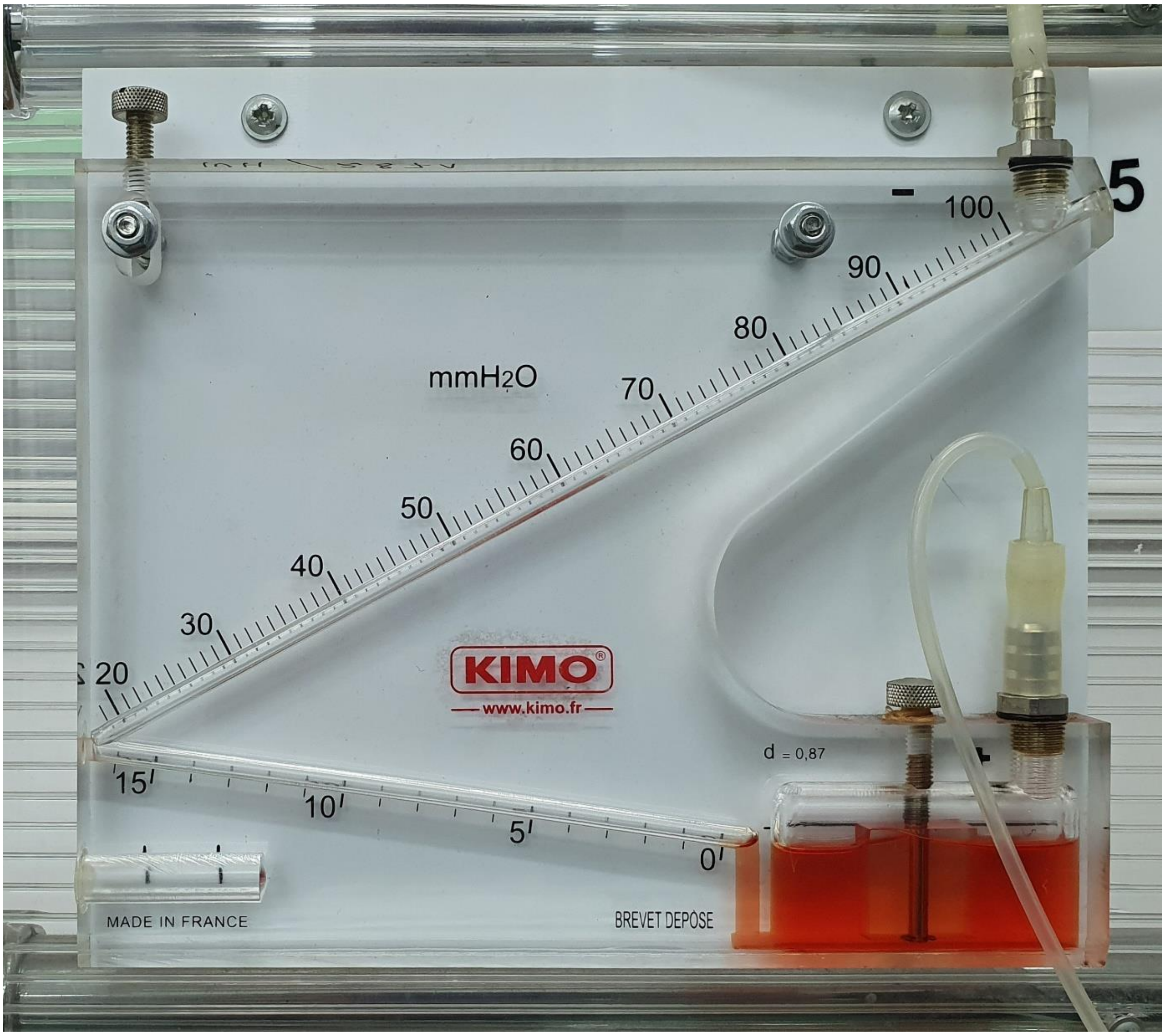
Na wyposażeniu Laboratorium Mechaniki Płynów znajdują się manometry skośne. Manometry skośne są to manometry różnicowe zbudowane ze zbiorniczka oraz podłączonej do niego rurki o różnych kątach pochylenia ustawionych na stałe. Manometry te różnią się zakresem i dokładnością pomiaru. Dokładność i zakres pomiaru osiągnięty jest poprzez dobranie kąta pochylenia rurki, a także jej długości. Manometry te wypełnione są specjalną cieczą manometrycznym dostarczaną przez producenta. Jednak gęstość cieczy manometrycznej nie jest potrzebna do wyznaczenia mierzonej różnicy ciśnień ponieważ są one wyskalowane w znanych jednostkach wysokości ciśnienia – mm słupa wody.

Natomiast na rys. 19 przedstawiono manometr skośny o zakresie pomiarowym 100 mm słupa wody. Do rurki (króciec z prawej strony) doprowadzane jest wyższe ciśnienie, do zbiornika (króciec z lewej strony) niższe.



Rys. 19. Manometr skośny o zakresie pomiarowym 100 mm H_2O.

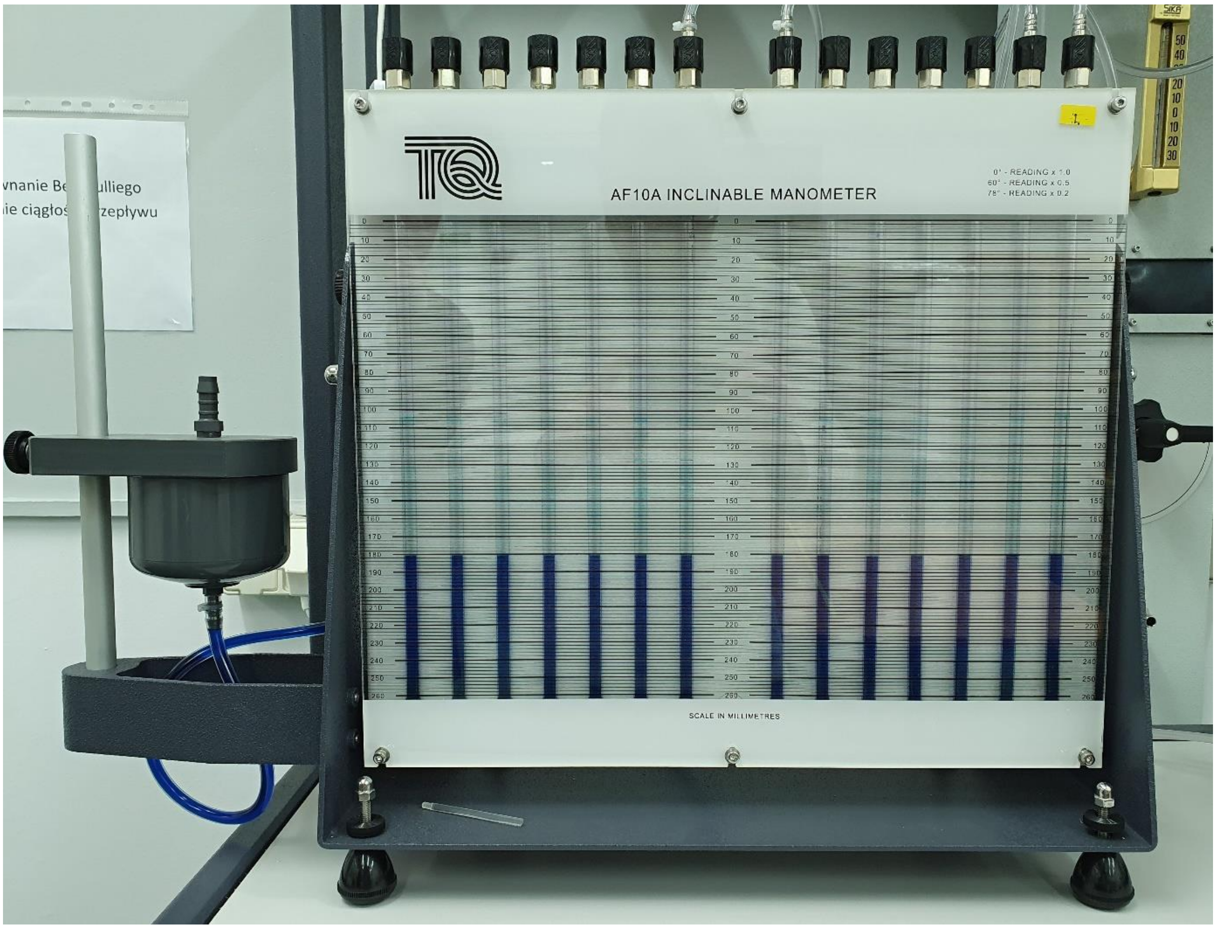
Na rys. 20 przedstawiono manometr skośny z dwiema rurkami o różnych podziałkach. Taka konstrukcja umożliwia dokładniejszy odczyt różnicy ciśnień o małych wartościach, w tym przypadku do 16 mm słupa wody. Większe wartości odczytywane są z górnej rurki o większym zakresie pomiarowym, ale mniejszym skoku, przez co z większym błędem pomiarowym.



Rys. 20. Manometr skośny z dwiema rurkami o zakresie pomiarowym 100 mm H_2O.

3.8. Manometr wieloramienny

Manometr wieloramienny zbudowany jest z układu pionowych rurek, które od dołu podłączone są do wspólnego kolektora. Mierzone ciśnienia doprowadza się do króćców znajdujących się w górnej części pionowych rurek. Z kolei do kolektora podłączony jest zbiornik otwarty z cieczą manometryczną, z możliwością zmiany wysokości jego położenia (rys. 21). Przesuwając zbiornik w pionie zmienia się poziom odniesienia względem którego mierzone są wszystkie ciśnienia. Za pomocą manometru wieloramiennego możliwy jest pomiar ciśnienia względem ciśnienia barometrycznego (nadciśnienia lub podciśnienia) oraz pomiar różnicy dwóch dowolnych ciśnień. Wysokości słupków odczytywane są względem górnej krawędzi manometru, na podstawie przygotowanej podziałki. Podziałka podana jest w jednostkach wysokości ciśnienia (mm H_2O).



Rys. 21. Widok ogólny manometru wieloramiennego.

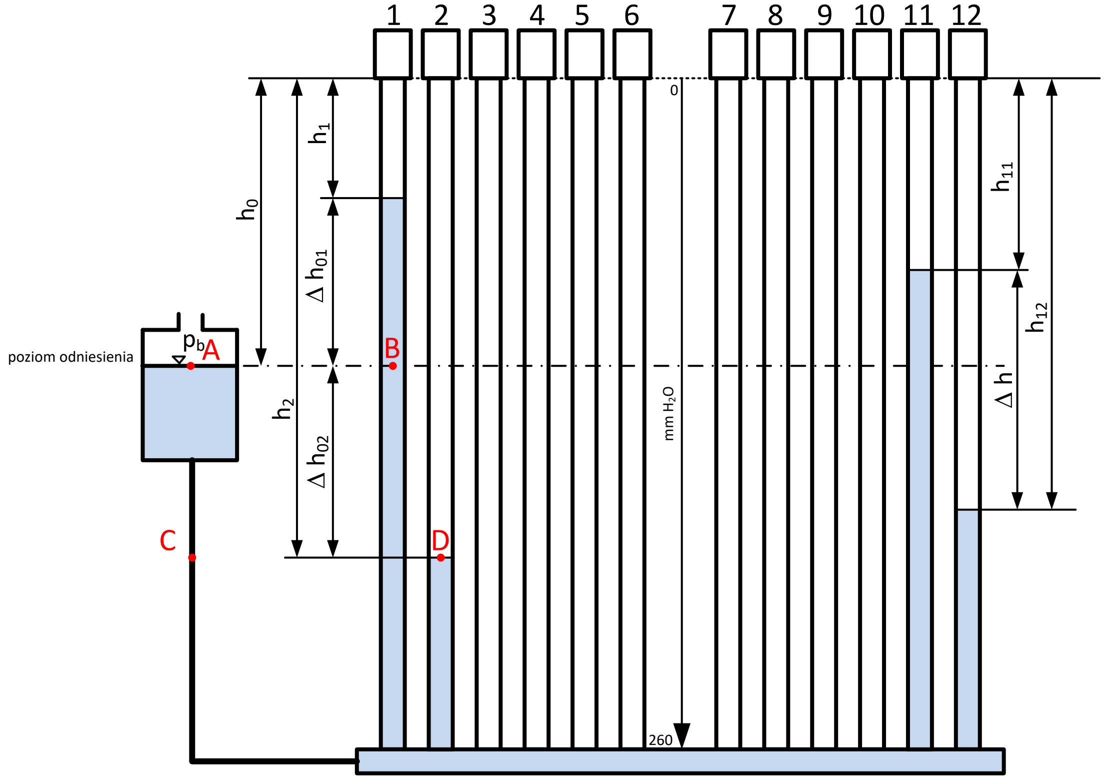
W przypadku pomiaru nieznanego rodzaju ciśnienia poziom odniesienia najlepiej ustawić na środkowej wartości podziałki. Do pomiaru nadciśnienia najwygodniej poziom odniesienia przesunąć w górę manometru, natomiast w celu pomiaru podciśnienia w dół.

Na rys. 22 przedstawiono zasadę pomiaru nadciśnienia i podciśnienia. Wychylenie słupka nr 1 powyżej poziomu odniesienia wskazuje na podciśnienie. Z prawa naczyń połączonych ciśnienie na powierzchni cieczy manometrycznej w zbiorniku jest takie samo jak w rurce na tym samym poziomie, stąd otrzymujemy $p_A=p_B$

$$p_b - p_d + \rho g\left(h_0 - h_1\right) = p_b\,, \tag{49}$$

a po obliczeniu podciśnienia

$$p_d = \rho g\left(h_0 - h_1\right). \tag{50}$$



Rys. 22. Zasada pomiaru różnicy ciśnień za pomocą manometru wieloramiennego.

Możliwy jest również pomiar wychylenia słupka względem ustalonego poziomu odniesienia

$$p_d = \rho g \Delta h_{01}. \tag{51}$$

Wychylenie słupka nr 2 poniżej poziomu odniesienia wskazuje na nadciśnienie. Z prawa naczyń połączonych ciśnienie na powierzchni cieczy manometrycznej w zbiorniku jest takie samo jak w rurce na tym samym poziomie, stąd otrzymujemy

$$p_b + \rho g \left(h_2 - h_0\right) = p_b + p_n, \tag{52}$$

a po obliczeniu nadciśnienia

$$p_n = \rho g \left(h_2 - h_0\right). \tag{53}$$

Możliwy jest również pomiar wychylenia słupka względem ustalonego poziomu odniesienia

$$p_n = \rho g \Delta h_{02}. \tag{54}$$

Pomiar różnicy dwóch dowolnych ciśnień pokazano na przykładzie różnicy ciśnień słupków nr 11 i 12. Zgodnie z wcześniejszym wyjaśnieniem, ciśnienie doprowadzone do króćca nr 11 wynosi

$$p_{11} = \rho g \left(h_0 - h_{11} \right), \tag{55}$$

natomiast do króćca nr 12

$$p_{12} = \rho g \left(h_{12} - h_0 \right). \tag{56}$$

Stąd mierzona różnica ciśnień

$$\Delta p = p_{12} - p_{11} = \rho g \left(h_{12} - h_0 \right) - \rho g \left(h_0 - h_{11} \right), \tag{57}$$

a po uproszczeniu otrzymujemy

$$\Delta p = \rho g \left(h_{12} - h_{11} \right) = \rho g \Delta h. \tag{58}$$

Z równanie (58) wynika, że różnica pomiędzy dwoma ciśnieniami może być wyznaczona przez pomiar różnicy wychyleń słupków w dowolnie wybranych rurkach.