



Politechnika Wrocławska

Wydział Mechaniczno-Energetyczny

Ćwiczenie L7

ROZKŁAD CIŚNIENIA W ZWĘŻCE VENTURIEGO

1. Cel ćwiczenia

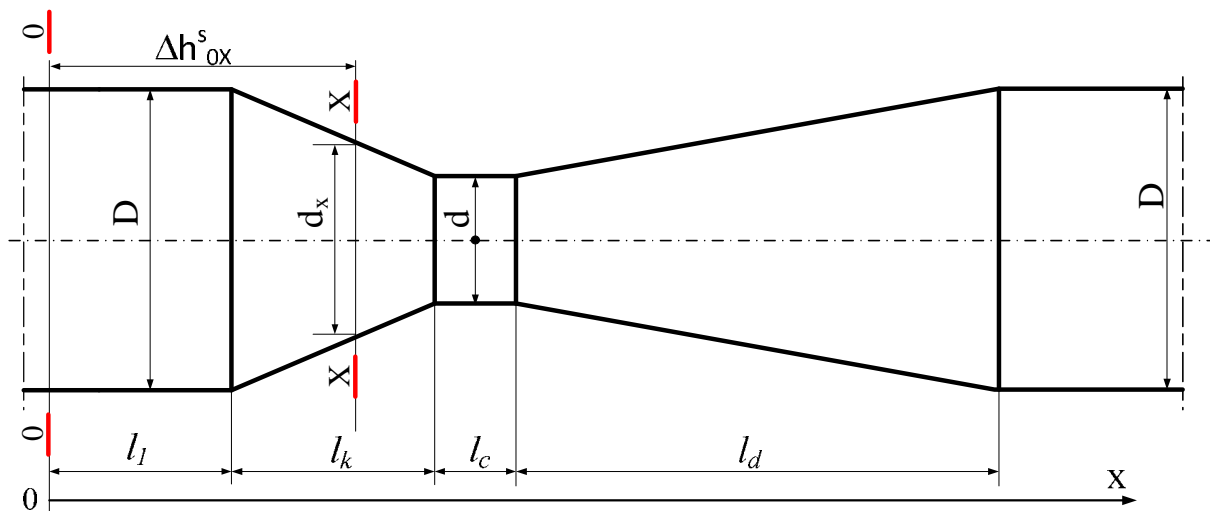
Celem ćwiczenia jest doświadczalne i teoretyczne wyznaczenie strat hydraulicznych w zwężce Venturiego oraz narysowanie wykresu rozkładu energii i ciśnienia w układzie.

2. Wstęp teoretyczny

Zwężka **Venturiego** zbudowana jest z części konfuzorowej, cylindrycznej oraz dyfuzorowej. Można również spotkać zwężki składające się np. tylko z części konfuzorowej. Przepływ płynu lepkiego przez zwężkę Venturiego charakteryzuje się w porównaniu z innymi zwężkami małymi stratami hydraulicznymi ze względu na brak gwałtownych zmian pola przekroju przepływu. W celu wyznaczenia rozkładu ciśnienia piezometrycznego zapisane zostanie równanie Bernoulliego, dla przekroju 0 położonego w pewnej odległości od zwężki oraz dowolnego przekroju X

$$\frac{p_0}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p_x}{\rho g} + \alpha_x \frac{v_x^2}{2g} + \Delta h_{0x}^s, \quad (1)$$

gdzie: $\alpha_1, \alpha(x)$ - współczynniki Coriolisa uwzględniające nierównomierność rozkładu prędkości w przekrojach 1 oraz X, Δh_{0x}^s - wysokość strat hydraulicznych pomiędzy przekrojami 0 oraz X.

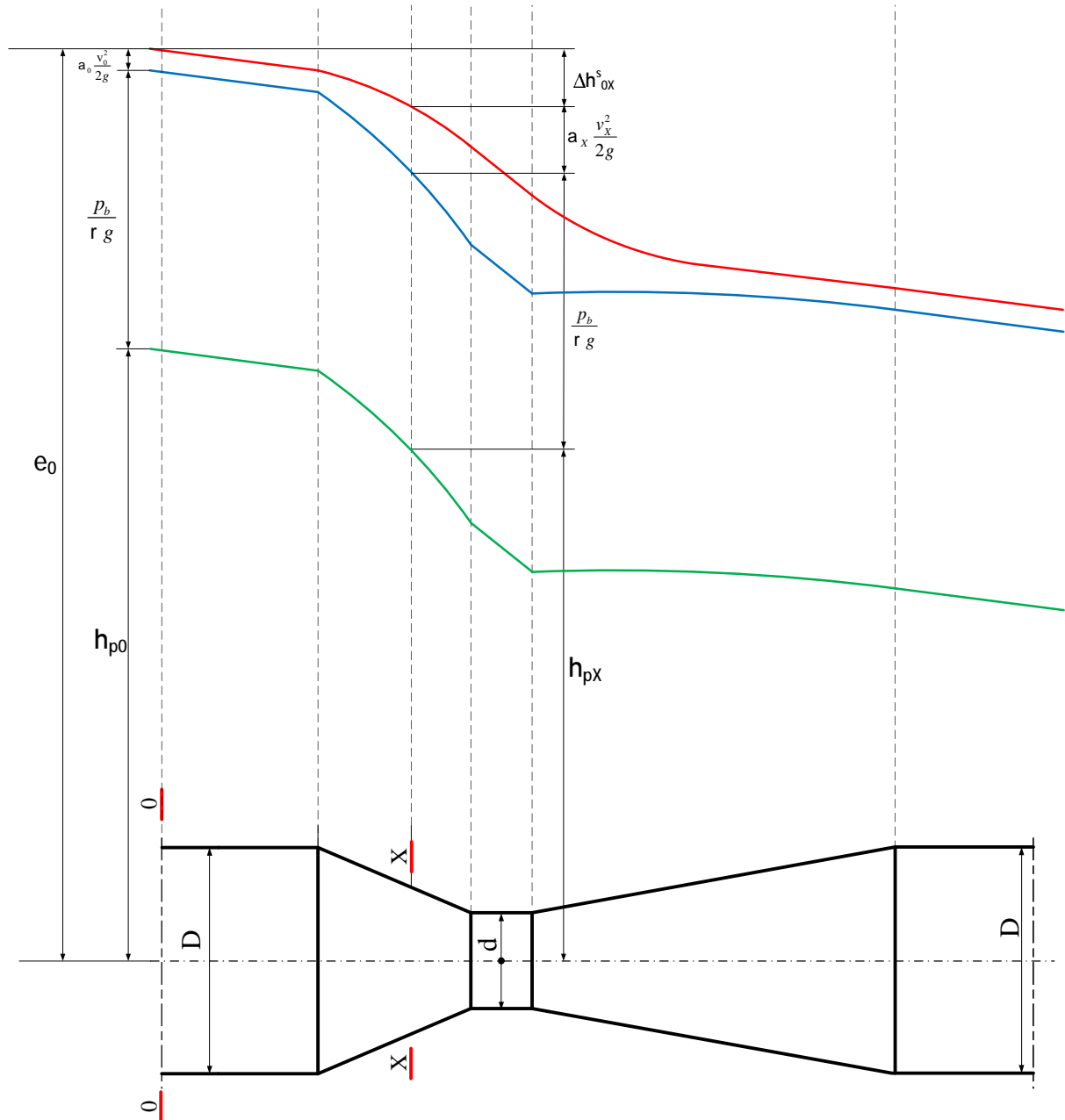


Rys. 1. Zwężka Venturiego

W celu lepszego wyjaśnienia obliczenia ciśnienia piezometrycznego na rys. 2 został przedstawiony wykres Ancony przepływu płynu lepkiego przez zwężkę Venturiego. Obliczona zostanie wysokość ciśnienia piezometrycznego w przekroju X – h_{px} . Najpierw

wyznamy wysokość energii rozporządzalnej w przekroju 0 poprzez zsumowanie wysokości ciśnienia piezometrycznego h_{p0} , wysokości ciśnienia barometrycznego $p_b/\rho g$ i wysokości prędkości $\alpha_0 v_0^2/2g$

$$e_0 = \frac{p_b}{\rho g} + h_{p0} + \alpha_0 \frac{v_0^2}{2g} \quad (2)$$



Rys. 2. Wykres Ancony dla zwężki Venturiego

Następnie zgodnie z rys. 2 od wysokości energii rozporządzalnej w przekroju 0 należy odjąć straty hydrauliczne powstające pomiędzy przekrojami 0 i X, w ten sposób otrzymamy wysokość energii rozporządzalnej strugi w przekroju X

$$e_X = e_0 - \Delta h_{0X}^s. \quad (3)$$

Ostatecznie, aby otrzymać wysokość ciśnienia piezometrycznego w przekroju X, od wysokości energii rozporządzalnej e_x , odjęta zostanie wysokość prędkości $\alpha_X v_X^2/2g$ i wysokość ciśnienia barometrycznego

$$h_{pX} = e_X - \alpha_X \frac{v_X^2}{2g} - \frac{p_b}{\rho g}. \quad (4)$$

Po podstawieniu równania (2) i (3) do (4) otrzymamy

$$h_{pX} = h_{p0} + \alpha_0 \frac{v_0^2}{2g} - \alpha_X \frac{v_X^2}{2g} - \Delta h_{0X}^s. \quad (5)$$

Po zastąpieniu prędkości strumieniem objętości z równania ciągłości przepływu otrzymamy

$$h_{pX} = h_{p0} + \alpha_0 \frac{8q_v^2}{\pi^2 D^4 g} - \alpha_X \frac{8q_v^2}{\pi^2 d_X^4 g} - \Delta h_{0X}^s. \quad (6)$$

Pozostaje obliczenie wysokości straty hydraulicznej pomiędzy przekrojem 0 i dowolnym przekrojem X. Na stratę hydrauliczną położoną w dowolnym przekroju X składa się suma straty liniowej w przewodzie doprowadzającym, straty w konfuzorze, straty w części cylindrycznej zwężki, straty w części dyfuzorowej oraz straty liniowej w przewodzie za dyfuzorem.

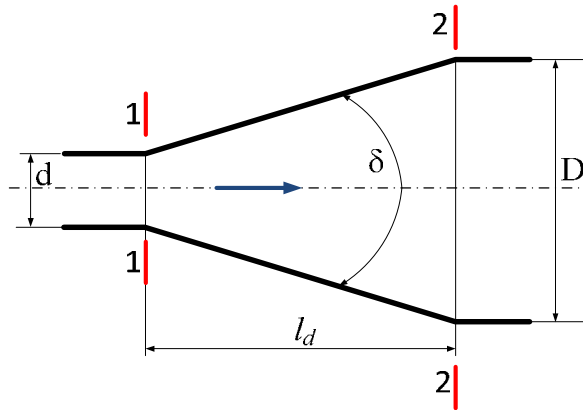
2.1. Straty hydrauliczne w części dyfuzorowej

Część dyfuzorowa zwężki to część o kształcie rozszerzającego się stożka. Strata hydrauliczna w dyfuzorze zależy od jego kąta rozwarcia oraz smukłości czyli stosunku długości do średnicy. Dla dyfuzorów krótkich o kącie rozwarcia $\alpha < 25^\circ$ strata jest liczona jak dla nagłego rozszerzenia przekroju. W tym celu dla dwóch przekrojów położonych na początku i na końcu dyfuzora (rys. 4) zapisane zostanie równanie pędu oraz równanie Bernoulliego. Z zasady zachowania pędu wynika, że zmiana pędu w czasie układu jest równa sumie sił działających na układ

$$\frac{d}{dt} m(v_2 - v_1) = p_1 A_1 - p_2 A_2, \quad (7)$$

po zastąpieniu masy m równaniem ciągłości przepływu otrzymano

$$\frac{d}{dt} \int q_v dt (v_2 - v_1) = p_1 A_1 - p_2 A_2. \quad (8)$$



Rys. 4. Dyfuzor

Stąd, po uproszczeniu otrzymamy

$$\rho q_v (v_2 - v_1) = p_1 A_1 - p_2 A_2, \quad (9)$$

a podzieleniu stronami przez pole powierzchni

$$v_2 (v_2 - v_1) \rho = p_1 - p_2. \quad (10)$$

Zapisując wzór (10) jako różnice wysokości ciśnień otrzymamy

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{v_2 (v_2 - v_1) \rho}{\rho g}. \quad (11)$$

Równanie Bernoulliego dla wymienionych przekrojów ma postać

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + Dh^{sm}, \quad (12)$$

a po obliczeniu strat

$$Dh^{sm} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}. \quad (13)$$

Podstawiając równanie (11) do (13) otrzymamy

$$Dh^{sm} = \frac{v_2 (v_2 - v_1)}{g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \frac{2v_2^2 - 2v_1 v_2 + v_1^2 + v_2^2}{2g}. \quad (14)$$

Po uproszczeniu i zastosowaniu wzoru skróconego mnożenia wzór przyjmuje postać

$$Dh^{sm} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} = \frac{\alpha v_1}{\epsilon v_2} - 1 \cdot \frac{v_2^2}{2g}, \quad (15)$$

a po podstawieniu zamiast prędkości równania ciągłości przepływu

$$Dh^{sm} = \frac{\alpha A_1}{\epsilon A_2} - 1 \cdot \frac{v_2^2}{2g}. \quad (16)$$

Wzór (15) nosi nazwę wzoru Bordy-Carnota. Jeżeli porównamy wzór (16) ze wzorem do obliczania strat miejscowych to otrzymamy wartość współczynnika strat miejscowych dla dyfuzorów krótkich o kącie rozwarcia $d < 25^\circ$

$$Dh^{sm} = \frac{\alpha A_1}{\epsilon A_2} - 1 \frac{\bar{v}^2}{2g} = z \frac{v_2^2}{2g}, \quad (17)$$

$$z = \frac{\alpha A_1}{\epsilon A_2} - 1 \frac{\bar{v}^2}{2g}. \quad (18)$$

Ze względu na to, że wysokość straty przy nagłym rozszerzeniu obliczona z (17) jest większa niż powstająca na dyfuzorze zastosowano współczynnik poprawkowy k , którego wartość zależy od stopnia rozwarcia dyfuzora (tabela 1). W przybliżeniu współczynnik poprawkowy k jest równy sinusowi kąta rozwarcia dyfuzora.

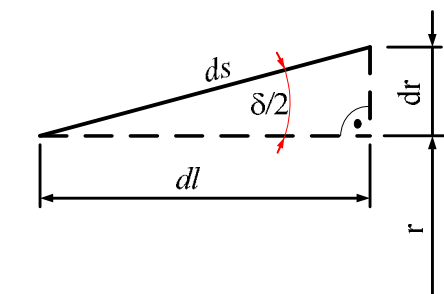
Tabela 1. Wartość współczynnika poprawkowego dla wybranych stopni rozwarcia dyfuzora

d	7°	10°	14°
k	0,14	0,20	0,30

$$Dh^{sm} = k \frac{\alpha A_1}{\epsilon A_2} - 1 \frac{\bar{v}^2}{2g}. \quad (19)$$

Dla dyfuzorów długich o kącie rozwarcia $d \geq 10^\circ$ oprócz straty miejscowej (19) należy także uwzględnić stratę liniową wynikającą z tarcia cieczy o ściany dyfuzora. Elementarna wysokość straty liniowej, która powstaje na elementarnej długości ściany dyfuzora ds , wynosi

$$dh^{sl} = l \frac{ds}{2r} \frac{v^2}{2g}. \quad (20)$$



Rys. 5. Elementarna droga przepływu.

Korzystając z definicji $\sin d/2$ do równania (20) podstawiono

$$ds = \frac{dr}{\sin \frac{d}{2}}, \quad (21)$$

otrzymując

$$dh^{sl} = l \frac{dr}{2r \sin \frac{d}{2}} \frac{v^2}{2g}. \quad (22)$$

Następnie prędkość v zastąpiono prędkością v_2 na końcu dyfuzora korzystając z równania ciągłości przepływu

$$v r^2 = v_2 r_2^2 \quad \text{oraz} \quad v = v_2 \frac{r_2^2}{r^2}, \quad (23)$$

otrzymując

$$dh^{sl} = l \frac{dr}{2r \sin \frac{d}{2}} \frac{v_2^2}{2g} \frac{r_2^4}{r^4}. \quad (24)$$

Równanie (24) dwustronnie scałkowano podstawiając za $r_2 = D/2$ i wyciągając przed znak całki stałe

$$Dh^{sl} = \int_{d/2}^{D/2} \frac{l}{2r \sin \frac{d}{2}} \frac{v_2^2}{2g} \frac{D^4}{r^4} dr = \frac{l D^4}{32 \sin \frac{d}{2}} \frac{v_2^2}{2g} \int_{d/2}^{D/2} r^{-5} dr. \quad (25)$$

Po obliczeniu całki oznaczonej w granicach od $d/2$ do $D/2$ otrzymano

$$Dh^{sl} = \frac{l D^4}{8 \sin \frac{d}{2}} \frac{v_2^2}{2g} \frac{D^4 - d^4}{D^4 d^4} = \frac{l}{8 \sin \frac{d}{2}} \frac{v_2^2}{2g} \frac{D^4}{d^4} - \frac{l}{8 \sin \frac{d}{2}} \frac{v_2^2}{2g}. \quad (26)$$

ostatecznie średnice dyfuzora zastąpiono polami przekroju

$$Dh^{sl} = \frac{l}{8 \sin \frac{d}{2}} \frac{v_2^2}{2g} \frac{A_2^2}{A_1^4} - \frac{l}{8 \sin \frac{d}{2}} \frac{v_2^2}{2g}. \quad (27)$$

Zatem strata hydrauliczna na dyfuzorze długim o kącie rozwarcia $\alpha = 10^\circ$ przedstawia się równaniem

$$Dh^s = Dh^{sm} + Dh^{sl} = k \frac{v_1^2}{2g} - \frac{l}{8 \sin \frac{d}{2}} \frac{v_2^2}{2g} \frac{A_2^2}{A_1^4} - \frac{l}{8 \sin \frac{d}{2}} \frac{v_2^2}{2g}, \quad (28)$$

a współczynnik straty

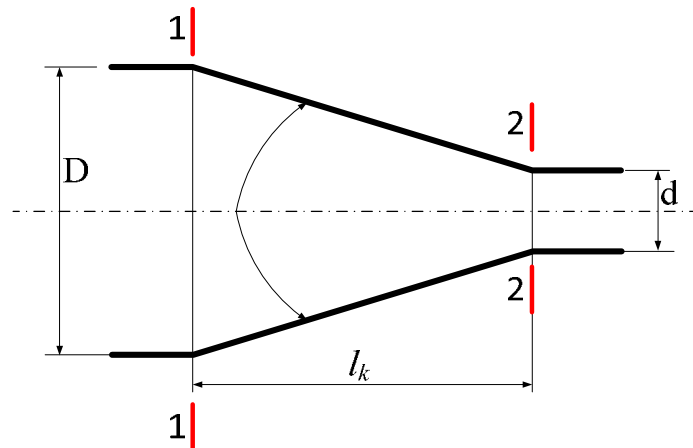
$$z = k \frac{v_1^2}{2g} - \frac{l}{8 \sin \frac{d}{2}} \frac{v_2^2}{2g} \frac{A_2^2}{A_1^4} - \frac{l}{8 \sin \frac{d}{2}} \frac{v_2^2}{2g}. \quad (29)$$

W dyfuzorach stożkowych kąt rozwarcia nie powinien być większy niż 14° , ponieważ przy większych kątach zachodzi zjawisko oderwania strugi od ścian polegające na

tworzeniu się martwych stref o cyrkulacji przeciwnie skierowanej do kierunku przepływu. Strefy te są źródłem znacznych strat hydraulicznych.

2.2. Straty hydrauliczne w części konfuzorowej

Część konfuzorowa zwężki to część o kształcie zwężającego się stożka (rys. 6). Straty miejscowe powstające przy gwałtownym zwężeniu są znacznie mniejsze niż przy gwałtownym rozszerzeniu przy tym samym stosunku średnic. Stąd w przepływie przez konfuzor (rys. 6), uwzględnia się tylko straty liniowe wywołane tarciem o ścianki.



Rys. 6. Konfuzor

Wyprowadzenie wzoru do obliczania strat liniowych jest analogiczne jak dla dyfuzora. Jednostkowa strata liniowa powstająca na konfuzorze przedstawia się wzorem (20), a po zastąpieniu prędkości v prędkością na końcu konfuzora wzorem (24). Podstawiając za $r_2 = d/2$

$$Dh^{sl} = \frac{D^{d/2}}{d^{d/2}} \frac{l}{2r \sin \frac{\alpha}{2}} \frac{\alpha d}{8} \frac{v_2^2}{2g} dr = \frac{l d^4}{32 \sin \frac{\alpha}{2}} \frac{v_2^2}{2g} \frac{D^{d/2}}{d^{d/2}} r^{-5} dr, \quad (30)$$

a następnie dwustronnie całkując otrzymamy

$$Dh^{sl} = \frac{l d^4}{8 \sin \frac{\alpha}{2}} \frac{v_2^2}{2g} \frac{D^4 - d^4}{D^4 d^4} = \frac{l}{8 \sin \frac{\alpha}{2}} \frac{\alpha}{8} \frac{d^4}{D^4} \frac{v_2^2}{2g}. \quad (31)$$

Ostatecznie podstawiając pola przekrojów wzór (31) przyjmuje postać

$$Dh^{sl} = \frac{l}{8 \sin \frac{\alpha}{2}} \frac{\alpha}{8} \frac{A_2^2}{A_1} \frac{v_2^2}{2g}. \quad (32)$$

2.3. Straty w przewodach oraz części cylindrycznej zwężki

W celu obliczenia strat hydraulicznych w przewodach oraz w części cylindrycznej zwężki należy najpierw określić rodzaj przepływu na podstawie liczby Reynoldsa

$$Re = \frac{vd}{\nu} \quad (33)$$

W zależności od rodzaju ruchu należy dobrać właściwą formułę do wyznaczenia współczynnika strat liniowych. W przypadku przepływu laminarnego jest to zależność

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (34)$$

natomiast dla przepływu turbulentnego formuła zależna od wartości liczby Reynoldsa. Do najczęściej stosowanych formuł należą formuła Blasiusa, której górna granica stosowalności wynosi $Re < 10^5$

$$\lambda = (100Re)^{-0,25} \quad (35)$$

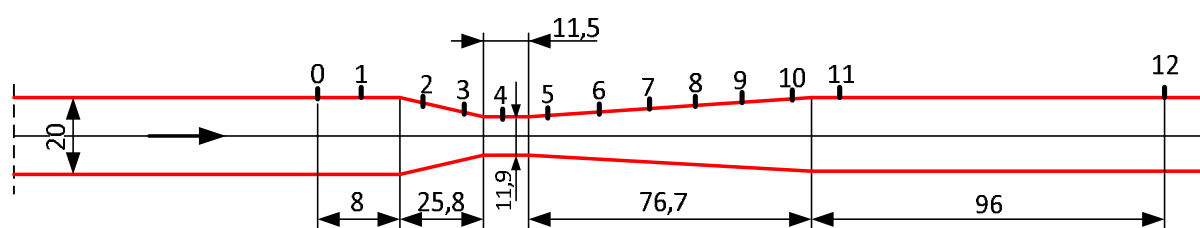
Wysokość strat liniowych wyznaczamy ze wzoru Darciego-Weisbacha

$$\Delta h^{sl} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \quad (36)$$

3. Opis stanowiska

Stanowisko badawcze składa się z: pompy (1), zaworu regulacyjnego (2), zwężki Venturiego (3), rotametru (4), baterii piezometrów (5), zbiornika (6).

Na rys. 7 przedstawiono wymiary zwężki Venturiego.



Rys. 7. Zwymiarowana zwężka Venturiego.

4. Procedura badawcza

- 1) Narysować schemat stanowiska i zlokalizować jego elementy zawarte w opisie stanowiska.
- 2) W celu uruchomienia stanowiska należy włączyć pompę wyłącznikiem (W).

- 3) Ustawić za pomocą zaworu regulacyjnego (2), na rotametrze (4), wartość pierwszego maksymalnego strumienia objętości, tak aby wychylenia piezometrów mieściły się w zakresie pomiarowym.
- 4) Za pomocą linijki znajdującej się na baterii piezometrów odczytać wartości wysokości ciśnienia piezometrycznego dla wszystkich punktów pomiarowych.
- 5) Dla kolejnych strumieni objętości różniących się o $1 \text{ dm}^3/\text{s}$ powtórzyć 4)
- 6) Po zakończeniu pomiarów zamknąć zawór regulacyjny (2) i wyłączyć pompę wyłącznikiem (W).

5. Tabela wielkości mierzonych

Tabela wielkości pomiarowych do tego ćwiczenia zamieszczona jest na końcu instrukcji. Tabelę należy uzupełnić o jednostki wielkości mierzonych.

6. Opracowanie wyników pomiarów

Rozkład energii rozporządzałnej, ciśnienia bezwzględnego i piezometrycznego należy narysować na szablonie formatu A3. Na szablonie narysowano zwężkę Venturiego z przewodem przed i za nią. Linia punktową zaznaczono przekroje pomiarowe, natomiast linią kreskową charakterystyczne przekroje obliczeniowe. Oś rzędnych wyrażano jest w decymetrach i w zależności od wartości obliczeń należy nanieść właściwe wartości. Obszar rysunku podzielono na dwie części: górną, gdzie należy narysować linię energii rozporządzałnej oraz ciśnienia bezwzględnego oraz dolną, gdzie należy narysować linię ciśnienia piezometrycznego.

Do wykonania obliczeń należy wykorzystać **tylko i wyłącznie dwie zmierzone wartości**, tj. strumień objętości wody q_v oraz wysokość ciśnienia piezometrycznego h_0 . **Wszystkie obliczane wielkości uzależnić od zmierzonej wartości strumienia objętości q_v oraz obliczonej średnicy d .** W celu narysowania wykresu należy obliczyć straty hydrauliczne w przewodach, w części konfuzorowej, cylindrycznej i dyfuzorowej zwężki Venturiego.

Na formularzu w części konfuzorowej zwężki o długości 25,8 mm wyróżniono 5 przekrojów położonych w odległościach **5 mm, 10 mm, 15 mm, 20 mm i 25,8 mm** od początku konfuzora. Natomiast w części dyfuzorowej o długości 76,7 mm znajduje się 8

przekrojów położonych w odległościach **10 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm i 50 mm, 60 mm, 70 mm i 76,7 mm** od początku dyfuzora.

Obliczenia wykonać wg. następującej procedury:

- wyznaczyć średnicę w wyróżnionych przekrojach konfuzora i dyfuzora,
- obliczyć wysokości prędkości w przewodach, części cylindrycznej oraz wyróżnionych przekrojach konfuzora i dyfuzora,
- obliczyć liczbę Reynoldsa w przewodach, części cylindrycznej oraz wyróżnionych przekrojach konfuzora i dyfuzora,
- wyznaczyć współczynniki strat liniowych w przewodach, części cylindrycznej oraz wyróżnionych przekrojach konfuzora i dyfuzora stosując właściwą formułę (zależną od rodzaju przepływu oraz wartości liczby Reynoldsa),
- wyznaczyć straty hydrauliczne w przewodach oraz części cylindrycznej zwężki ze wzoru Darciego-Weisbacha (36),
- wyznaczyć ze wzoru (31) wysokość straty liniowej dla konfuzora do wyróżnionych przekrojów,
- wyznaczyć ze wzoru (28) wysokość straty dla dyfuzora do wyróżnionych przekrojów,
- obliczyć wysokość energii rozporządzalnej w przekroju 0 – równanie (2),
- obliczyć wartości energii rozporządzalnej w wyróżnionych przekrojach odejmując od energii rozporządzalnej w przekroju 0 sumę strat hydraulicznych do danego przekroju,
- obliczyć wartość na linii ciśnienia bezwzględnego odejmując od energii rozporządzalnej w danym przekroju wysokość prędkości,
- obliczyć wartość na linii ciśnienia piezometrycznego odejmując wartości na linii ciśnienia bezwzględnego w danym przekroju wysokość ciśnienia barometrycznego,
- w zaznaczonych na formularzu właściwych przekrojach zaznaczyć zmierzone wartości wysokości ciśnienia piezometrycznego,
- na podstawie obliczonych wartości linii energii, ciśnienia bezwzględnego, ciśnienia piezometrycznego, w wyróżnionych przekrojach układu zaznaczyć punkty obliczone i narysować wykres Ancony,
- porównać przebieg linii ciśnienia piezometrycznego otrzymany na podstawie obliczeń oraz pomiarów, sformułować wnioski.

7. Pytania kontrolne

- 1) Podać uogólnione równanie Bernoulliego, nazwać wszystkie człony równania.
 - 2) Jakie rodzaje strat występują w konfuzorze, a jakie w dyfuzorze?
 - 3) Co to jest wzór Bordy-Carnota?
 - 4) Jak oblicza się straty hydrauliczne w części cylindrycznej zwężki Venturiego.
 - 5) Co to jest energia rozporządzalna?
 - 6) W jaki sposób otrzymuje się linię energii?
 - 7) W jaki sposób otrzymuje się linię ciśnień bezwzględnych?
 - 8) W jaki sposób otrzymuje się linię ciśnień piezometrycznych?
-

Tabela pomiarowa do L7

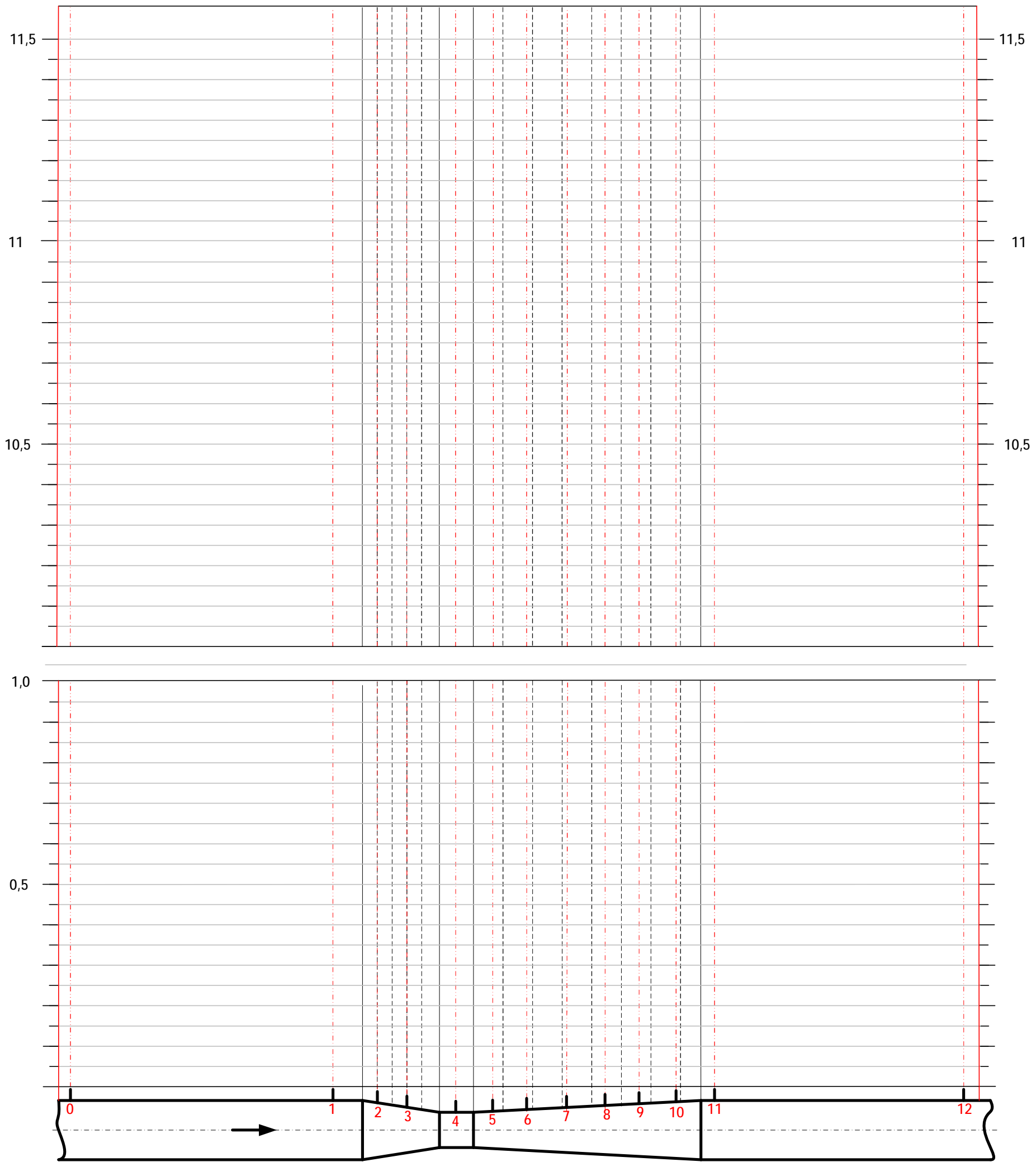
Data wykonania pomiarów:.....

Lp.	q_v	h_0	h_1	h_3	h_4	h_2	h_5	h_6	h_7	h_8	h_9	h_{10}	h_{11}	h_{12}
Jedn.														
1.														
2.														
3.														
4.														

Inne parametry			
Parametr	Symbol	Jednostka	Wartość
Średnica rury	D	mm	20
Średnica przewężenia	d	mm	11,9
Długość konfuzora	l_k	mm	25,8
Długość dyfuzora	L_d	mm	76,7
Długość części cylindrycznej	l_c	mm	11,5

Sekcja nr			
Lp.	Nazwisko	Imię	Nr albumu
1.			
2.			
3.			
4.			

Data, podpis prowadzącego



$q_v =$

----- pomiar
----- obliczenia

L7

Imię Nazwisko	Nr albumu	Sekcja	Data