



Politechnika Wrocławska

Wydział Mechaniczno-Energetyczny

Ćwiczenie L6

WYZNACZENIE ROZKŁADU CIŚNIENIA NA POWIERZCHNI WALCA OPŁYWANEGO RÓWNOLEGŁĄ STRUGĄ

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest teoretyczne i doświadczalne wyznaczenie rozkładu ciśnienia na powierzchni walca opływającego równoległą strugą, określenie rodzaju warstwy przyściennej, jej kąta oderwania i wyznaczenie wartości współczynnika oporu ciśnieniowego.

2. Wstęp teoretyczny

2.1. Rozkład ciśnienia na powierzchni walca przy opływie płynu nielepkiego i lepkiego

Opływ walca jest przykładem płaskiego opływu osiowosymetrycznego. W celu wyznaczenia rozkładu ciśnienia na powierzchni walca założymy uproszczenia: płyn jest nielepkiego, walec nieskończenie długi. W celu wyznaczenia składowych prędkości w układzie współrzędnych biegunowych wprowadzono funkcję nazwaną potencjałem prędkości [1], którą dla tego przypadku przedstawiają równania

$$\Phi = v_{\infty} \left[1 + \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right] r \cos \varphi, \quad (1)$$

$$\Psi = v_{\infty} \left[1 - \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right] r \sin \varphi. \quad (2)$$

gdzie v_{∞} jest prędkością strugi niezakłóconej, R promieniem walca. Pod pojęciem strugi niezakłóconej rozumiemy strugę w odległości nieskończenie dużej od opływającego ciała, a w praktyce do miejsca zderzenia się z opływającym ciałem.

Składowe prędkości w układzie współrzędnych biegunowych otrzymano poprzez obliczenie pochodnej potencjału prędkości

$$v_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = v_{\infty} \left[1 - \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right] \cos \varphi, \quad (3)$$

$$v_{\varphi} = -\frac{\partial \Psi}{\partial r} = -v_{\infty} \left[1 + \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right] \sin \varphi. \quad (4)$$

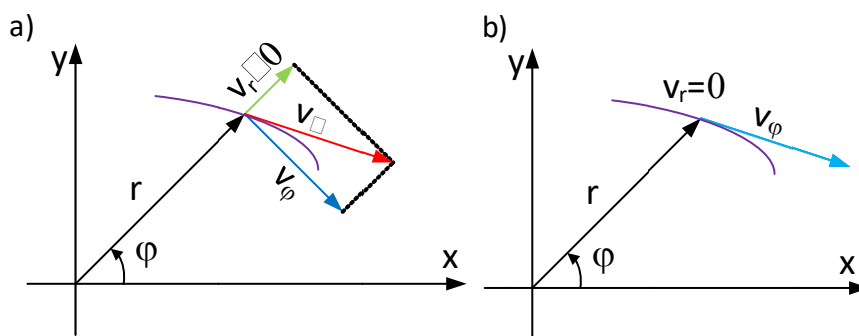
Prędkość na powierzchni walca wyznaczono wstawiając do równań (3,4) $r=R$, składowa radialna wynosi

$$v_r = 0, \quad (5)$$

natomiast składowa transversalna

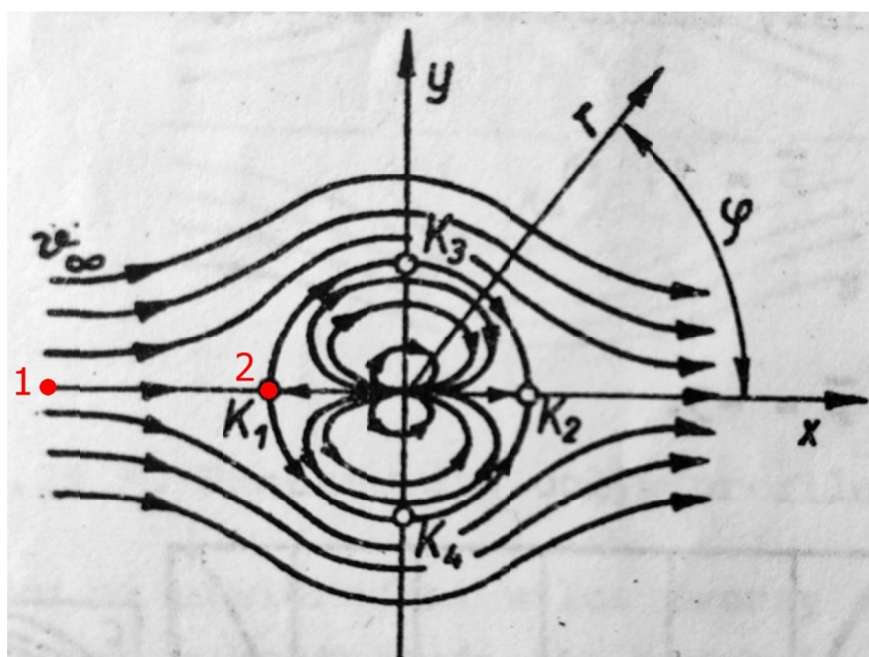
$$v_{\varphi} = -2v_{\infty} \sin\varphi. \quad (6)$$

Ze względu na to, że przyrost kąta φ jest dodatni w kierunku niezgodnym z ruchem wskazówek zegara, stąd w równaniu (6) otrzymano ujemną wartość prędkości. Brak składowej radialnej v_r powoduje, że wektor prędkości na powierzchni walca jest zawsze skierowany stycznie do jego powierzchni (rys. 1).



Rys. 1. Składowa radialna i transwersalna prędkości w przypadku, gdy
 a) składowa radialna jest różna od 0, b) składowa radialna jest równa 0.

Z równania (6) wynika, że prędkość przyjmuje wartość równą 0 dla kąta $\varphi=0$ i $\varphi=\pi$ - punkty te to K_1 i K_2 , które nazywa się krytycznymi. Chcąc wyznaczyć prędkość maksymalną z równania (6) należy podstawić kąty $\varphi=\pi/2$ i $\varphi=3\pi/2$, prędkość wynosi wówczas $|2v_{\infty}|$ (punkty K_3 i K_4 na rys. 2).



Rys. 2. Linie prądu przy opływie płynem nielepkim.

Na podstawie znajomości prędkości v_φ z równania Bernoulliego obliczono rozkład ciśnienia na powierzchni walca. W tym celu wybrane zostały dwa przekroje, **1** położony w strudze niezakłóconej, a **2** położony w dowolnym miejscu na powierzchni walca (rys. 2)

$$p_\infty + \frac{\rho v_\infty^2}{2} = p + \frac{\rho v^2}{2}. \quad (7)$$

Podstawiając do prawej strony równania Bernoulliego (6) wzór na prędkość na powierzchni walca (7) otrzymano

$$p_\infty + \frac{\rho v_\infty^2}{2} = p + 4 \frac{\rho v_\infty^2}{2} \sin^2 \varphi. \quad (8)$$

a po przeniesieniu na jedną stronę ciśnień statycznych i wyciągnięciu przed nawias ciśnienia dynamicznego otrzymano

$$p - p_\infty = \frac{\rho v_\infty^2}{2} (1 - 4 \sin^2 \varphi). \quad (9)$$

Wzór (9) przedstawia rozkład statycznego ciśnienia względnego (względem ciśnienia strugi niezakłóconej) na powierzchni walca.

Jeżeli zdefiniujemy nową wielkość nazwaną **współczynnikiem ciśnienia** \bar{p} jako stosunek różnicy ciśnienia statycznego na powierzchni walca i ciśnienia statycznego strugi niezakłóconej, do ciśnienia dynamicznego strugi niezakłóconej

$$\bar{p} = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho v_\infty^2}{2}}, \quad (10)$$

to równanie (9) przyjmie postać

$$\bar{p} = 1 - 4 \sin^2 \varphi \quad (11)$$

i przedstawia współczynnik ciśnienia dla opływu walca płynem nielepkim.

Można w takim razie stwierdzić, że przy opływie płynem nielepkim współczynnik ciśnienia zależy tylko od kąta φ , a nie zależy od gęstości płynu, ciśnienia, prędkości strugi niezakłóconej czy promienia walca. W charakterystycznych punktach K_1, K_2, K_3, K_4 współczynnik ciśnienia jest równy

$$\left. \begin{array}{l} K1: \quad \varphi = 0 \Rightarrow \bar{p} = 1 \\ K3: \quad \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \bar{p} = -3 \\ K2: \quad \varphi = \pi \Rightarrow \bar{p} = 1 \\ K4: \quad \varphi = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \bar{p} = -3 \end{array} \right\} \quad (12)$$

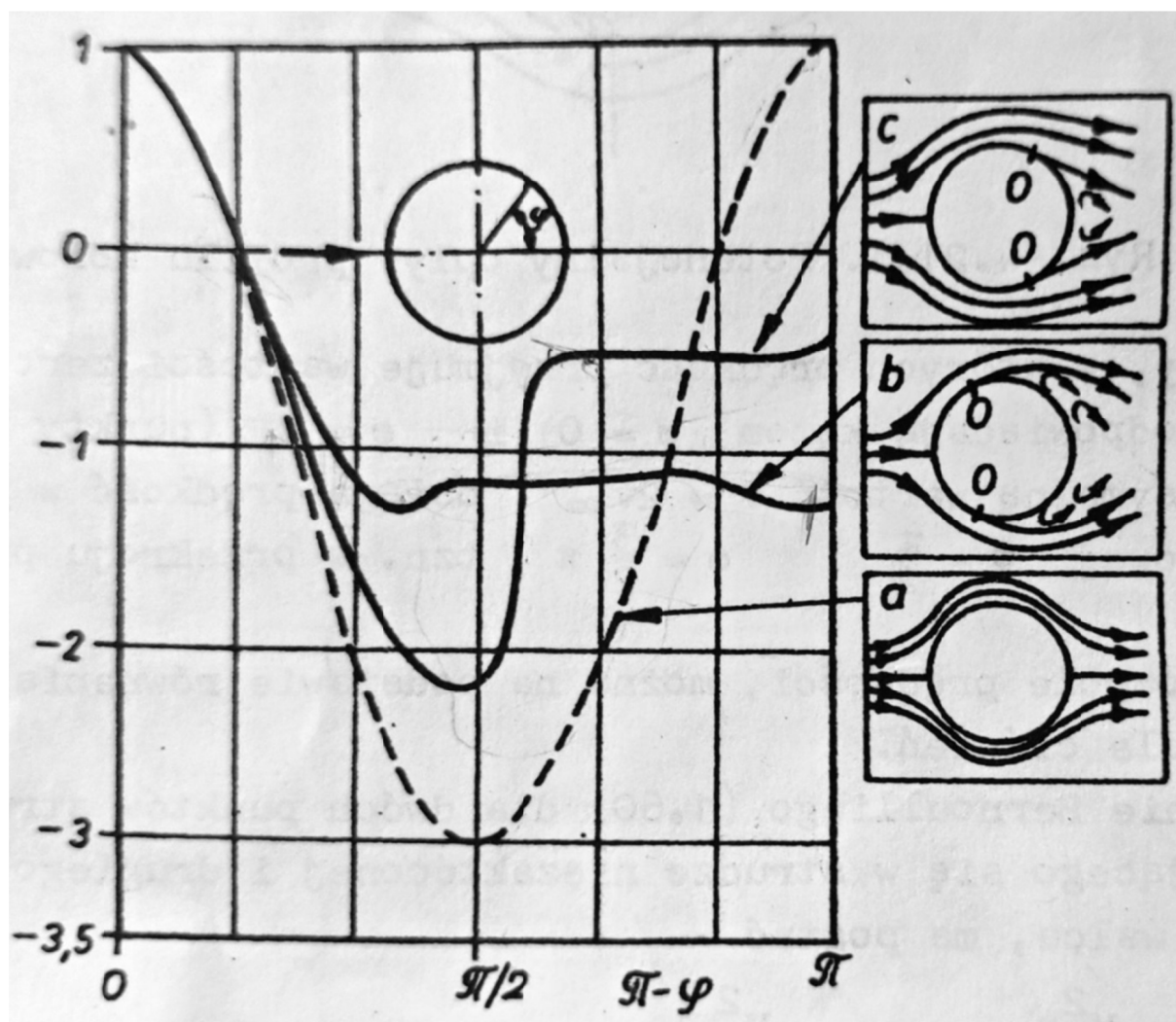
Zatem współczynnik ciśnienia osiąga wartość maksymalną równą 1 w punktach K₁ i K₂ (dla kąta 0 i π), a minimalną równą -3 w punktach K₃ i K₄ (dla kąta $\pi/2$ i $3\pi/2$).

W przypadku opływu płynem lepkiem, rozkład ciśnienia na powierzchni walca różni się od opływu płynem nielepkiem. Przy czym w przedniej części walca jest on zbliżony do opływu płynem nielepkiem, natomiast w tylnej jego części występują duże różnice.

Podczas opływu płynem lepkiem możemy wyróżnić dwie strefy przepływu: przepływ zewnętrzny oraz warstwę przyścienną tworzącą się na powierzchni walca. W strefie przepływu zewnętrznego, rozkład ciśnienia i prędkości jest podobny do rozkładu występującego przy opływie płynem nielepkiem. Na drodze od K₁ do K₃ i K₄ energia kinetyczna (prędkość strugi) rośnie, a maleje ciśnienie statyczne. Odwrotne zjawisko zachodzi na drodze od K₃/K₄ do K₂, energia kinetyczna maleje a rośnie ciśnienie statyczne. W warstwie przyściennej ciśnienia są podobne jak w zewnętrznej strefie przepływu, jednak energia kinetyczna strugi jest inna. Dzieje się tak w wyniku działania siły tarcia wewnętrznego związanego z lepkością płynu, która prowadzi do wytracania energii kinetycznej na drodze przepływu od K₁ do K₃ i K₄. Pozostała energia kinetyczna jest za mała do przezwyciężenia rosnącego ciśnienia na drodze od K₃/K₄ do K₂. Skutkiem tego jest zahamowanie przepływu w pewnym punkcie w warstwie przyściennej, a następnie pod działaniem ciśnienia w zewnętrznej strefie odwrócenie kierunku przepływu. W punkcie tym następuje oderwanie warstwy przyściennej od powierzchni walca. Oderwane elementy strugi warstwy przyściennej tworzą wiry i zostają uniesione do strefy przepływu zewnętrznego – nazywa się to śladem. Na strukturę tworzącego się śladu duży wpływ ma rodzaj warstwy przyściennej. Warstwa przyścienna może być laminarna lub turbulentna. W przypadku laminarnej warstwy przyściennej wiry odrywają się okresowo na przemian od górnej i dolnej powierzchni walca tworząc regularny układ nazywany ścieżką wirową Karmana. W przypadku turbulentnej warstwy przyściennej nie występuje regularny układ wirów (ścieżka wirowa Karmana), a ślad składa się całkowicie z wirów rozproszonych.

Rodzaj warstwy przyściennej także wpływa na położenie punktu jej oderwania. Dla laminarnej warstwy przyściennej punkt oderwania położony jest w przedniej części walca, natomiast dla turbulentnej warstwy przyściennej w tylnej części walca. Oznacza to, że warstwa laminarna odrywa się wcześniej niż turbulentna. Wynika to z większej energii kinetycznej warstwy turbulentnej i późniejszego punktu zahamowania jej przepływu.

Na rys. 2 przedstawiono zmianę współczynnika ciśnienia \bar{p} w funkcji kąta dla opływu płynem nielepkim (a) oraz płynem lepkiem z oderwaniem laminarnej (b) oraz turbulentnej warstwy przyściennej (c).



Rys. 2 Współczynnik ciśnienia w funkcji kąta dla opływu walca płynem nielepkim (a) oraz płynem lepkiem z oderwaniem laminarnej warstwy przyściennej (b) oraz turbulentnej warstwy przyściennej (c).

O – punkt oderwania się warstwy przyściennej od powierzchni walca.

Rozkład ciśnienia przy opływie płynem nielepkiem jest symetryczny względem płaszczyzny przechodzącej przez punkty K₃ i K₄. W przypadku opływu płynem lepkiem nie występuje symetria rozkładu ciśnienia.

1.2. Wyznaczenie współczynnika oporu ciśnienia

Brak symetrii rozkładu ciśnienia przy opływie płynem lepkiem, czyli rzeczywistym, dodatkowo zmiana prędkości w warstwie przyściennej i związane z nią naprężenia styczne powodują powstanie siły oporu, która składa się z siły tarcia oraz siły oporu ciśnienia

$$P = P_t + P_c = c_{xt} A \frac{\rho v_\infty^2}{2} + c_{xp} A \frac{\rho v_\infty^2}{2}, \quad (13)$$

gdzie P_t – siła tarcia, P_c – siła oporu ciśnienia, c_{xt} – współczynnik oporu tarcia, c_{xp} – współczynnik oporu ciśnienia, $\frac{\rho v_\infty^2}{2}$ – ciśnienie dynamiczne strugi niezakłóconej. A – pole przekroju charakterystycznego opływającego ciała.

Pole charakterystyczne opływającego ciała jest polem rzutu ciała na powierzchnię normalną (prostopadłą) do kierunku wektora prędkości strugi niezakłóconej. W przypadku walca jest to jego pole przekroju w osi symetrii.

W celu wyznaczenia współczynnika oporu ciśnienia walca obliczono siłę oporu ciśnienia z zależności

$$P_c = \int_A p \cos \varphi = A \int_0^\pi p \cos \varphi, \quad (14)$$

gdzie p jest rozkładem ciśnienia na powierzchni walca.

Siła oporu ciśnienia rośnie ze wzrostem obszaru oderwania warstwy przyściennej, czyli dla laminarnej warstwy przyściennej siła oporu ciśnienia jest większa niż dla turbulentnej warstwy przyściennej.

Współczynnik oporu ciśnienia wyznaczany jest z zależności

$$c_{xp} = \frac{P_c}{A \frac{\rho v_\infty^2}{2}}. \quad (15)$$

Podstawiając równanie (14) do (15) otrzymano

$$c_{xp} = \frac{\int_0^\pi p \cos \varphi}{\frac{\rho v_\infty^2}{2}}, \quad (16)$$

z którego wynika, że do wyznaczenia współczynnika oporu ciśnienia nie jest potrzebna znajomość wymiarów opływającego walca.

3. Opis stanowiska

Stanowisko badawcze składa się z powietrznego tunelu aerodynamicznego zasilanego wentylatorem oraz układu pomiaru ciśnienia na powierzchni opływającego ciała. W tunelu aerodynamicznym wydzielona jest otwarta część zakończona dyfuzorem i konfuzorem. W części tej znajduje się opływane ciało, w tym przypadku walec. Walec usytuowany jest prostopadle do przepływającej strugi powietrza, na platformie obrotowej umożliwiającej jego obrót o dowolny kąt w zakresie od 0 do 2π i odczyt z kątomierza **K** wartości kąta. W walcu wykonane są małe otwory do pomiaru ciśnienia.

Część pomiarową stanowi mikromanometr Recknagla **M** zbudowany ze zbiorniczka i pochylej rurki. Jeden z króćców mikromanometru odbiera ciśnienie z otworów pomiarowych w walcu. Ze względu na to, że w przedniej części opływającego ciała powstaje nadciśnienie, a w tylnej części podciśnienie konieczne jest podłączenie wężyka z walcu do odpowiedniego króćca manometru. Dodatkowo w tunelu aerodynamicznym umieszczony jest czujnik do pomiaru temperatury.

4. Procedura badawcza

Wykonanie badań polega na:

- 4.1. Zapoznaniu się z budową stanowiska i narysowaniu jego schematu z oznaczeniami urządzeń oraz wielkości mierzonych;
- 4.2. Podłączeniu wężyka odbierającego ciśnienie do króćca mikromanometru **M** oznaczonego „+”.
- 4.3. Ustawieniu największego przełożenia mikromanometru **M**.
- 4.4. Włączeniu zasilania wentylatora wymuszającego przepływ powietrza (stanowisko włącza i wyłącza prowadzący)
- 4.5. Wyznaczeniu punktu spiętrzenia odpowiadającego kątowi 0.
 - 4.5.1. Obracając walec, ustawić go tak, aby wychylenie mikromanometru **M** było największe (przełożenie mikromanometru tak dobrać, aby wychylenie było największe i mieściło się w zakresie pomiarowym mikromanometru).

- 4.5.2. Przesunąć ruchomy wskaźnik kątomierza **K** do wartości równej 0.
- 4.5.3. Obrócić walec o kąt 30° i zanotować wychylenie mikromanometru.
- 4.5.4. Obrócić walec w przeciwną stronę uzyskując wychylenie mikromanometru takie jak zanotowano w punkcie 4.5.3. Zapisać wartość kąta.
- 4.5.5. Całkowity kąt obrotu z pkt. 4.5.3 i 4.5.4 podzielić przez 2.
- 4.6. Obrócić walec o kąt obliczony w punkcie 4.5.5. Przesunąć ruchomy wskaźnik kątomierza **K** do wartości kąta 0.
5. Badanie rozkładu ciśnienia na powierzchni walca wykonać w zakresie od 0 do 180° , co 3° . W każdym punkcie zanotować wartość wychylenia Δl i przełożenia mikromanometru **k** oraz temperaturę powietrza **t**. Kiedy nastąpi zmiana rodzaju ciśnienia na powierzchni walca przełożyć wężyk obierający ciśnienie na króciec oznaczony „-”, w tabeli pomiarowej zapisać wartość wychylenia ze znakiem „-”. Jeśli zachodzi potrzeba to zmienić przełożenie mikromanometru tak, aby wychylenie było największe.

5. Tabela wielkości mierzonych

Tabela wielkości pomiarowych do tego ćwiczenia zamieszczona jest na końcu instrukcji. Tabelę należy uzupełnić o jednostki wielkości mierzonych.

6. Opracowanie wyników pomiarów

Opracowanie wyników pomiarów należy wykonać zgodnie z poniższymi wytycznymi:

1. Z równania (11) obliczyć wartość współczynnika ciśnienia \bar{p} dla opływu płynem nielepkiem w zakresie kąta od 0° do 180° .
2. Dla odczytanych warunków pomiaru (ciśnienia, temperatury i wilgotności) obliczyć gęstość powietrza w każdym punkcie pomiarowym.
3. Z równania (10) obliczyć wartość współczynnika ciśnienia \bar{p} dla opływu płynem lepkiem. W liczniku równania występuje różnica pomiędzy ciśnieniem bezwzględnym w danym punkcie walca, a ciśnieniem bezwzględnym strugi niezakłóconej, czyli jest to pomiar mikromanometru z uwzględnieniem rodzaju ciśnienia w danym punkcie walca. W mianowniku jest ciśnienie dynamiczne strugi niezakłóconej, czyli ciśnienie w punkcie

spiętrzenia. Po podstawieniu wzoru na różnicę ciśnień mierzonych przez mikromanometr z rurką pochyłą do równania (10) otrzymano

$$\bar{p} = \frac{\rho_m g k \Delta l}{\rho_m g k' \Delta l_{max}} = \frac{k \Delta l}{k' \Delta l_{max}} \quad (17)$$

gdzie k jest przełożeniem manometru odpowiadającym danemu Δl , natomiast k' jest przełożeniem manometru w punkcie spiętrzenia.

4. Na jednym wykresie sporządzić charakterystykę współczynnika ciśnienia \bar{p} w zależności od kąta dla opływu płynem lepkiem i nielepkiem.

5. Określić rodzaj warstwy przyściennej poprzez porównanie wykreślonej charakterystyki współczynnika ciśnienia z rys. 2.

6. Odczytać z wykresu kąt oderwania warstwy przyściennej.

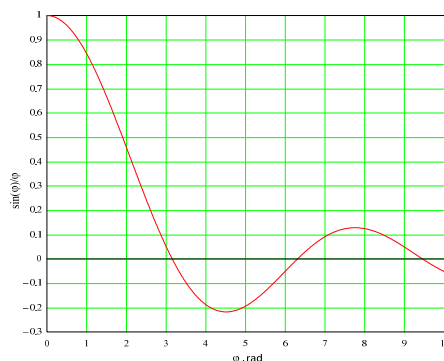
7. Z równania (16) obliczyć wartość współczynnika oporu ciśnienia. Do obliczenia całki

$$\int_0^\pi p \cos \varphi$$

wykorzystać jej interpretację graficzną. W tym celu należy wykreślić funkcję podcałkową i oszacować pole pod krzywą przybliżając je prostokątami o szerokości $\Delta\varphi=3^\circ$ (w mierze radianowej). Sumując pola pamiętać o uwzględnieniu znaku, tzn. jeśli pole położone jest nad osią odciętych to sumujemy ze znakiem plus, jeśli pod osią to ze znakiem minus.

Przykład graficznego wyznaczenia całki $\int_0^{10} \frac{\sin \varphi}{\varphi} d\varphi$ prostokątami o szerokości $\Delta\varphi=1$ rad. przedstawiono poniżej.

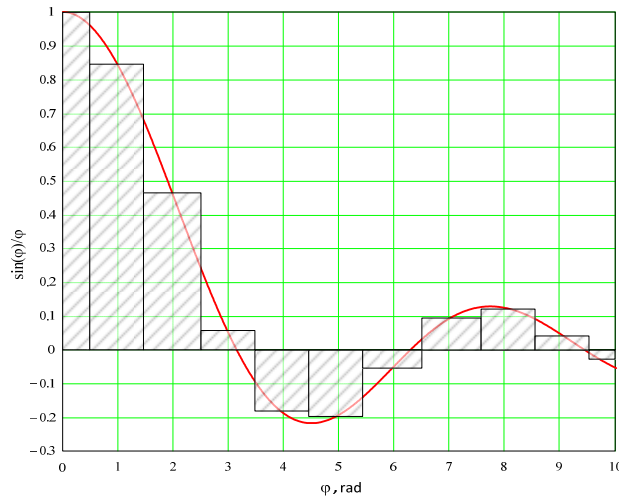
7.1. Wykreślamy funkcję podcałkową $\frac{\sin \varphi}{\varphi}$ w granicach całkowania, czyli od 0 do 10 radianów.



Rys. 3. Wykres funkcji podcałkowej $\frac{\sin \varphi}{\varphi}$ w granicach od 0 do 10 rad.

7.2. Przybliżamy pole pod krzywą $\frac{\sin \varphi}{\varphi}$ prostokątami o szerokości 1 rad. Szerokość pierwszego i ostatniego prostokąta wynosi $\Delta\varphi/2$ czyli 0,5 radiana, szerokość

pozostałych prostokątów to 1 radian. Wysokość prostokąta odpowiada wartości funkcji podcałkowej $\frac{\sin \varphi}{\varphi}$ w środkach prostokątów.



Rys. 4. Przybliżenie pola pod krzywą $\frac{\sin \varphi}{\varphi}$ prostokątami o szerokości 1 rad.

Stąd w zapisie algebraicznym pole można przedstawić jako sumę

$$\int_0^{10} \frac{\sin \varphi}{\varphi} d\varphi = \frac{\sin \varphi_0}{\varphi_0} \frac{\Delta \varphi}{2} + \sum_{i=1}^9 \frac{\sin \varphi_i}{\varphi_i} \Delta \varphi + \frac{\sin \varphi_{10}}{\varphi_{10}} \frac{\Delta \varphi}{2} \quad (18)$$

7. Pytania kontrolne

- 1) Co to jest struga niezakłócona przy opływie ciała?
- 2) W których miejscach przy opływie walca płynem nielepkim występuje największa prędkość, a w których najmniejsza?
- 3) W których miejscach przy opływie walca płynem nielepkim występuje największe ciśnienie, a w których najmniejsze?
- 4) Jakim wzorem przedstawia się rozkład ciśnienia na powierzchni walca przy opływie płynem nielepkim?
- 5) Jak zdefiniowany jest współczynnik ciśnienia?
- 6) W których punktach walca współczynnik ciśnienia przyjmuje największe wartości, a w których najmniejsze i ile one wynoszą?
- 7) Co powoduje oderwanie się warstwy przyściennej przy opływie płynem lepkiem?
- 8) Co to jest ślad i czym się różni ślad przy laminarnej i turbulentnej warstwie przyściennej?
- 9) Która warstwa przyścienna odrywa się wcześniej i dlaczego?
- 10) Jakim ogólnym wzorem zdefiniowana jest siła oporu ciśnienia?
- 11) Z jakiego wzoru oblicza się siłę oporu ciśnienia dla walca?

Tabela pomiarowa do L6

Wyznaczenie punktu spiętrzenia

	$\alpha, ^\circ$	$\Delta l, mm$
Pozycja 1	30	
Pozycja 2		
Obliczony kąt		

Data wykonania pomiarów:.....

Warunki pomiaru

Ciśnienie barometryczne, hPa	
Wilgotność względna, %	
Gęstość cieczy manometrycznej, kg/m ³	

Pomiar rozkładu ciśnienia

Lp.	φ	Δl	k	t	Lp.	φ	Δl	k	t
Jedn.	$^\circ$	mm	-	$^\circ\text{C}$	Jedn.	$^\circ$	mm	-	$^\circ\text{C}$
1.	0				32.	93			
2.	3				33.	96			
3.	6				34.	99			
4.	9				35.	102			
5.	12				36.	105			
6.	15				37.	108			
7.	18				38.	111			
8.	21				39.	114			
9.	24				40.	117			
10.	27				41.	120			
11.	30				42.	123			
12.	33				43.	126			
13.	36				44.	129			
14.	39				45.	132			
15.	42				46.	135			
16.	45				47.	138			
17.	48				48.	141			
18.	51				49.	144			
19.	54				50.	147			
20.	57				51.	150			
21.	60				52.	153			
22.	63				53.	156			
23.	66				54.	159			
24.	69				55.	162			
25.	72				56.	165			
26.	75				57.	168			
27.	78				58.	171			
28.	81				59.	174			
29.	84				60.	177			
30.	87				61.	180			
31.	90								

Sekcja nr			
Lp.	Nazwisko	Imię	Nr albumu
1.			
2.			
3.			

Data, podpis prowadzącego