



Politechnika Wrocławska

Wydział Mechaniczno-Energetyczny

---

## Ćwiczenie L11

# ***POMIAR STRUMIENIA OBJĘTOŚCI W KANAŁACH OTWARTYCH – PRZELEW MIERNICZY***

---

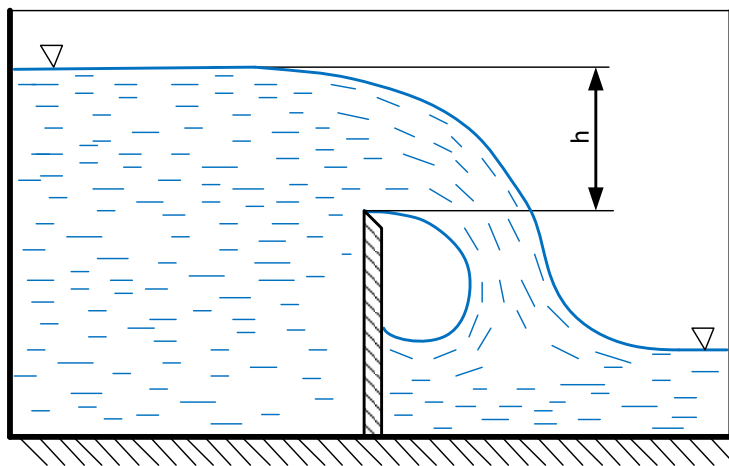
## 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest sporządzenie charakterystyki przepływu rzeczywistego przelewu mierniczego na podstawie pomiarów wykonanych na modelu o znanej skali liniowej.

## 2. Wstęp teoretyczny

### 2.1. Przelew mierniczy

Przelew mierniczy jest przegrodą ustawioną w poprzek kanału otwartego służącą do pomiaru strumienia objętości. Pomiar strumienia objętości odbywa się poprzez pomiar wysokości spiętrzenia  $h$  w odległości od przegrody, w której zaczyna się silniejszy spadek powierzchni swobodnej (rys. 1).



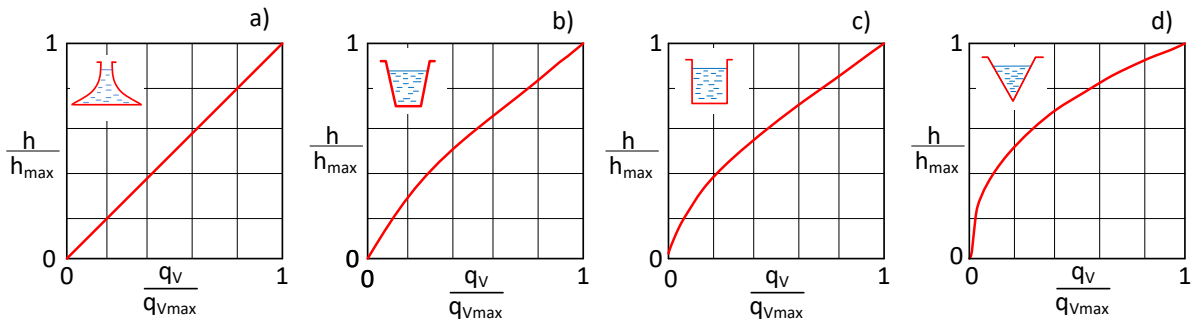
Rys. 1. Przelew mierniczy.

Kształt strugi przelewowej zależy przede wszystkim od kształtu otworu, wysokości spiętrzenia strugi  $h$  oraz od warunków zewnętrznych wpływających na ruch (np. doprowadzenie powietrza pod strugę). Nie każdy przelew jest przelewem mierniczym. Przelew mierniczy musi spełniać następujące warunki:

- 1) przegroda musi być ustawiona w kanale pionowo oraz prostopadle do przepływu,
- 2) musi występować ostrość krawędzi (przelew ostrobrzeżny),
- 3) poziom cieczy po stronie wypływowej musi znajdować się poniżej dolnej krawędzi przegrody (przelew niezatopiony),
- 4) przepływ cieczy musi odbywać się tylko pod działaniem siły grawitacji (przepływ swobodny),
- 5) ciecz nie może zwilżać ścian przegrody po stronie wypływu,
- 6) przelew odbywa się całą szerokością otworu i nie mogą występować boczne obejścia,

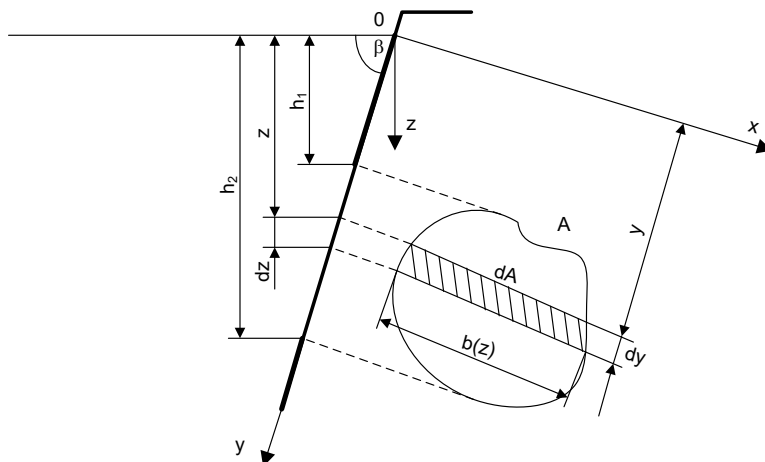
7) kształt otworu przelewowego musi być możliwie prosty.

Dla ustalonego kształtu otworu wypływowego wysokość spiętrzenia  $h$  zależy od wartości strumienia objętości  $h=f(q_v)$ . Krzywa przedstawiająca tę zależność, dla przelewu o określonym kształcie i wymiarach geometrycznych nazywa się *charakterystyką przelewu*. Przykładowe bezwymiarowe charakterystyki przelewu dla różnych kształtów otworu wypływowego przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Bezwymiarowe charakterystyki przelewów mierniczych.

Strumień objętości wypływającej cieczy oblicza się tak, jak w przypadku wypływu cieczy przez duży otwór (duży otwór to otwór, którego wymiar pionowy jest porównywalny z głębokością zanurzenia). W takim przypadku prędkość wypływu nie jest stała jak dla otworu małego, ale zmienia się z głębokością zanurzenia otworu (współrzędna  $z$ ). Na rys. 3 przedstawiono ścianę nachyloną pod kątem  $\beta$ , w której znajduje się duży otwór. Elementarny strumień objętości  $dq_v$  wypływa z prędkości  $v$  przez elementarne pole  $dA$ , znajdujące się na głębokości  $z$ . W ogólnym przypadku kształt otworu może być dowolny i opisany jest funkcją  $b(z)$  przedstawiającą szerokość otworu od głębokości zanurzenia.



Rys. 3. Wyływ przez duży otwór

Z równania ciągłości przepływu elementarny strumień objętości wynosi

$$dq_v = \mu v dA, \quad (1)$$

gdzie:  $\mu$  – współczynnik wypływu (uwzględniający m.in. rodzaj krawędzi, lepkość płynu),  
 $v$  – prędkość wypływu,  $dA$  – elementarne pole powierzchni.

Lokalna prędkość wypływu przez duży otwór zależy od głębokości i dana jest wzorem Torricellego

$$v = \sqrt{2gz}, \quad (2)$$

Po podstawieniu (2) do równania (1) oraz zależności na elementarne pole przekroju  $dA = b(z) \cdot dy$  otrzymamy

$$dq_v = \mu b(z) \cdot \sqrt{2gz} \cdot dy. \quad (3)$$

Zależność pomiędzy współrzędną  $y$ , a  $z$  jest powiązana kątem  $\beta$  w trójkącie prostokątnym. W takim przypadku  $\sin\beta = \frac{dz}{dy}$ , a wzór (3) ma postać

$$dq_v = \mu b(z) \cdot \sqrt{2gz} \frac{dz}{\sin\beta}. \quad (4)$$

Dla przegrody ustawionej prostopadle do przepływu czyli tak jak w przelewie mierniczym kąt  $\beta = 90^\circ$ ,  $\sin\beta = 1$  a wzór (4) przyjmuje postać

$$dq_v = \mu b(z) \cdot \sqrt{2gz} dz. \quad (5)$$

W celu obliczenia całkowitego strumienia objętości równanie (5) należy dwustronnie scałkować po  $dq_v$  i  $dz$ . Dodatkowo po wyciągnięciu stałych przed znak całki strumień objętości wynosi

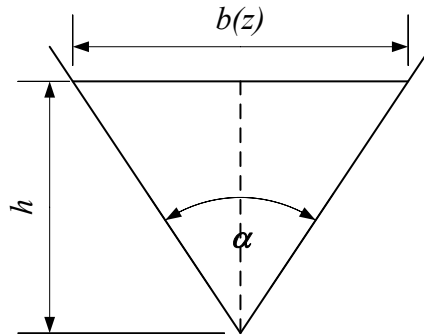
$$q_v = \mu \sqrt{2g} \int_0^h b(z) \sqrt{z} dz. \quad (6)$$

Dla otworu w kształcie prostokąta, funkcja  $b(z)$  jest stałą i podstawiamy za nią szerokość prostokąta  $b$ . W przypadku kształtu trójkątnego (rys. 4) szerokość przelewu opisana jest funkcją liniową o równaniu  $b(z) = \frac{b}{h} \cdot (h-z)$ . Podstawiając tą zależność do równania (6) otrzymujemy

$$q_v = \mu \sqrt{2g} \int_0^h \frac{b}{h} (h-z) \sqrt{z} dz. \quad (7)$$

Całkując równanie (7) w granicach od 0 do  $h$  oraz uwzględniając zależność  $\operatorname{tg}(\alpha/2) = b/2h$  (rys. 4) otrzymujemy równanie na strumień objętości przelewu z otworem w kształcie trójkąta w postaci

$$q_v = \frac{8}{15} \mu \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{2gh^5}. \quad (8)$$



Rys. 4. Przykład otworu w kształcie trójkąta

## 2.2. Podobieństwo modelowe

Podobieństwo modelowe stosowane jest do przeprowadzenia eksperymentu w warunkach laboratoryjnych zamiast w warunkach rzeczywistych. W tym celu wykonuje się model badanego obiektu w określonej skali w stosunku do obiektu rzeczywistego. Oznacza to, że wszystkie wymiary liniowe w obiekcie i w modelu muszą być o stałej proporcji. Dodatkowo musi zachodzić podobieństwo dynamiczne zjawisk występujących w obiekcie rzeczywistym i w modelu. Podobieństwo to sprowadza się do stałego stosunku sił działających w obiekcie rzeczywistym i modelu. Stosunki działających sił reprezentowane są przez równość w obiekcie i modelu tzw. liczb podobieństwa (np. liczby Reynoldsa, Froude'a, Prandtla, Nusselta itp.). Jeżeli zachodzi równość wszystkich liczb podobieństwa oraz wymiary geometryczne modelu i obiektu rzeczywistego są w stałej skali to mówimy o tzw. podobieństwie całkowitym. Rozwiązaniem podobieństwa całkowitego jest układ wielu równań, który często jest sprzeczny. Stąd w praktyce stosuje się podobieństwo częściowe. Podobieństwo częściowe polega na wzięciu pod uwagę tylko sił dominujących w danym zjawisku lub procesie.

Ponieważ przepływ przez przelew odbywa się pod wpływem siły ciężkości, która jest dominująca, warunkiem częściowego podobieństwa jest równość liczb Froude'a  $Fr$  w przelewie rzeczywistym i modelowym.

Ponieważ  $Fr = Fr'$ , stąd

$$\frac{v^2}{gl} = \frac{v'^2}{gl'} \quad (9)$$

w którym  $v, v'$  – prędkość średnia przepływu rzeczywistego i modelowego,  $g$  – przyspieszenie ziemskie w układzie rzeczywistym i modelowym,  $l, l'$  – charakterystyczny wymiar liniowy obiektu rzeczywistego i modelu.

W przypadku, w którym wielkość rzeczywistą podzielimy przez wielkość modelową otrzymujemy współczynnik skali odpowiednio liniowej, prędkości i przyspieszenia

$$\xi_l = \frac{l}{l'} \quad (10)$$

$$\xi_v = \frac{v}{v'} \quad (11)$$

$$\xi_a = 1. \quad (12)$$

Wstawiając wielkości (10), (11) i (12) do równania (9) otrzymuje się

$$\frac{\xi_v^2}{\xi_a \xi_l} = 1. \quad (13)$$

Ponieważ obiekt rzeczywisty i model znajdują się w ziemskim polu grawitacyjnym, stąd  $\xi_a = 1$ , a równanie (13) upraszcza się do postaci

$$\frac{\xi_v^2}{\xi_l} = 1 \quad (14)$$

lub po przekształceniu

$$\xi_v = \sqrt{\xi_l}. \quad (15)$$

Po wprowadzeniu współczynnik skali strumienia objętości jako stosunku rzeczywistego do modelowego strumienia objętości

$$\xi_q = \frac{q_v}{q'_v} = \frac{vA}{v'A'} = \xi_v \xi_A = \xi_v \xi_l^2 \quad (16)$$

i podstawieniu (15) do (16) otrzymuje się zależność współczynnika skali strumienia objętości od współczynnika skali liniowej w postaci

$$\xi_q = \sqrt{\xi_l^5}. \quad (17)$$

### 3. Opis stanowiska

Stanowisko pomiarowe składa się z następujących elementów:

- modelowe koryto otwarte z zainstalowanym przelewem mierniczym 1,
- zbiornik z wodą 2,
- układ zasilający z zaworami regulacyjnymi Z1 i Z2,
- zawór spustowy Z3,
- wodomierz 3 i sekundomierz 4 do pomiaru strumienia objętości metodą objętościową,
- wodowskaz kolcowy 5 do pomiaru wysokości wody,
- termometr 6.

Na bocznej ścianie przelewu zaznaczono podziałkę do ustawienia kroku pomiarowego.

### 4. Procedura badawcza

W celu sporządzenia charakterystyki  $h = f(q_v)$  rzeczywistego przelewu mierniczego należy wykonać pomiary następujących wielkości:

- strumienia objętości przepływającej wody  $q_v$  – metodą objętościową poprzez pomiar objętości  $V$  oraz czasu  $\tau$ ,
- wysokości spiętrzenia wody  $h$  – wodowskazem kolcowym 5.

Aby wykonać pomiary należy:

- zapoznać się z budową stanowiska i sporządzić jego schemat, na którym należy zaznaczyć opisane w pkt. 3 elementy i wielkości mierzone,
- z przyrządów pomiarowych odczytać jednostki i zapisać w tabeli pomiarowej,
- ustalić dokładność odczytu wielkości mierzonych,
- sprawdzić, czy zawory Z1, Z2 i Z3 są zamknięte,
- zgłosić prowadzącemu gotowość do prowadzenia badań,
- uruchomić pompę,
- otworzyć całkowicie zawór Z1,
- zaczekać do całkowitego napełnienia się przelewu mierniczego,
- wykonać pomiar wysokości  $h$  zgodnie z opisaną poniżej procedurą A,

- pomiary wykonywać co ok. 5 mm, ustalając poziom wody zgodnie z podziałką na bocznej ścianie przelewu (minimum 10 serii),
- wykonać pomiar strumienia objętości przepływającej wody zgodnie z opisaną poniżej procedurą B,
- za pomocą zaworu Z1 zmienić wysokość napełnienia przelewu o ustalony krok pomiarowy. Krok pomiarowy ustalać na podstawie poziomu wody na podziałce bocznej zbiornika;
- w celu wykonania pomiaru wysokości  $h$ , objętości  $V$  oraz czasu  $\tau$  postępować zgodnie z opisanymi poniżej procedurami pomiaru A i B,
- pomiary zgodnie z ustalonym krokiem pomiarowym prowadzić tak długo, aż woda w przelewie osiągnie wartość minimalną, czyli taką, przy której woda zaczyna spływać po zewnętrznej ścianie przelewu,
- zgłosić prowadzącemu zakończenie badań,
- po uzyskaniu zgody wyłączyć pompę,
- zrównać poziom wody w przelewie z wierzchołkiem trójkątnego otworu przelewu, w tym celu wykorzystać zawór spustowy Z3,
- wykonać pomiar wysokości odniesienia wody w przelewie  $h_0$ ,
- całkowicie otworzyć zawór Z3,
- przedstawić prowadzącemu protokół pomiarowy do akceptacji.

#### **A – procedura pomiaru wysokości $h$**

Końcem igły wodowskazu kolcowego dotknąć zwierciadła wody w zbiorniku bocznym. Odczekać ok. 10 sekund i sprawdzić, czy koniec igły i poziom wody nie zmieniły położenia względem siebie. Jeżeli nie – odczytać na suwmiarce wartość wysokości  $h$  i zapisać ją w protokole pomiarowym z właściwą dokładnością. W przypadku, kiedy koniec igły nie dotyka zwierciadła wody, przesunąć igłę w górę lub w dół tak, aby jej koniec ponownie dotknął zwierciadła wody. Odczekać ok. 10 sekund i sprawdzić położenie igły w stosunku do zwierciadła wody. Czynność powtarzać tak długo, aż poziom wody nie będzie ulegał zmianie. Dokonać pomiaru wysokości  $h$ , a jej wartość zapisać w protokole pomiarowym z odpowiednią dokładnością.

#### **B – procedura pomiaru strumienia objętości wody**

Pomiar strumienia objętości przepływającej wody, odbywa się za pomocą metody objętościowej, polegającej na pomiarze przyrostu objętości wody  $V$  w czasie  $\tau$ . Przyrost objętości wody mierzony jest za pomocą wodomierza, na którym obserwuje się położenie obracającej się wskazówki, czas natomiast mierzony jest za pomocą elektronicznego stopera. W celu dokonania pomiaru przyrostu objętości wody, należy zaczekać, aż wskazówka wodomierza zrówna się z jedną z działek, oznaczoną wartością liczbową. W tym momencie uruchomić sekundomierz. Pomiar powinien trwać, co najmniej 60 s, stąd czekać, aż zostanie on przekroczony, a stoper wyłączyć dopiero w chwili, w której wskazówka wodomierza zrówna się z najbliższą z działek, oznaczoną wartością liczbową. Odczytać i zapisać w protokole zmierzony czas  $\tau$ . Następnie odczytać zmierzony przyrost objętości wody  $V$ , jako różnicę pomiędzy wskazaniem początkowym a końcowym wodomierza.

## 5. Tabela wielkości mierzonych

Tabela wielkości pomiarowych do tego ćwiczenia zamieszczona jest na końcu instrukcji. Tabelę należy uzupełnić o jednostki wielkości mierzonych.

## 6. Opracowanie wyników pomiarów

Na podstawie otrzymanych wyników badań obliczyć:

- strumień objętości przepływającej wody przez przelew na podstawie równania

$$q_v = \frac{V}{\tau}, \quad (18)$$

- wysokość spiętrzenia wody w przelewie

$$h = h_z - h_0. \quad (19)$$

Na podstawie obliczonych wartości  $q_v$  oraz  $h$  wykreślić charakterystykę  $h = f(q_v)$  (rys. 4) oraz wpisać wartości do tabeli.

Otrzymane punkty pomiarowe porównać z charakterystyką teoretyczną otrzymaną na podstawie równania (8) w postaci

$$h_t = \left( \frac{15q_v}{8\mu_{sr}\sqrt{2g} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right)^{\frac{2}{5}}. \quad (20)$$

Do wyznaczenia charakterystyki teoretycznej należy z równania (8) wyliczyć wartość współczynnika przelewu  $\mu$  dla każdej serii pomiarowej,

$$\mu = \frac{15 V/\tau}{8 (h)^{\frac{5}{2}} \sqrt{2g} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}, \quad (21)$$

a następnie wyliczyć jego wartość średnią  $\mu_{sr}$ :

$$\mu_{sr} = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i}{n}, \quad (22)$$

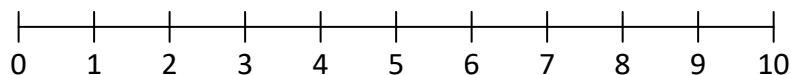
w którym  $n$  oznacza liczbę serii pomiarowych.

Otrzymaną wartość współczynnika  $\mu_{sr}$  podstawić do równania (20), a następnie wyznaczyć wartości  $h_t$  do sporządzenia teoretycznej charakterystyki przelewu mierniczego. Do obliczeń przyjmując całkowite wartości  $q_{vt}$  z badanego zakresu. Wyznaczone wartości nanieść na wykres oraz zapisać w tabeli.

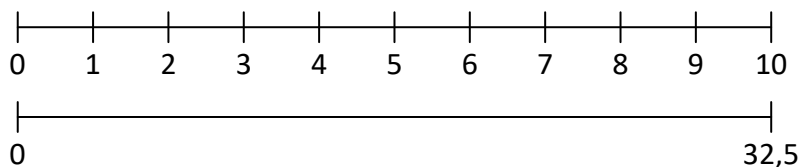
Otrzymana charakterystyka jest charakterystyką modelu przelewu mierniczego. W celu wykorzystania tych wyników w obiekcie rzeczywistym o innych wymiarach, należy wykorzystać zadaną przez prowadzącego, indywidualną wartość współczynnika skali liniowej  $\xi$ . Na jego podstawie wyznaczyć rzeczywiste wartości wysokości spiętrzenia  $h_{rz}$  oraz  $q_{vrz}$ . Do wykresu modelowego dorysować nowe osie  $h_{rz}$  i  $q_{vrz}$  ustalając odpowiednią podziałkę. Przeprowadzić analizę otrzymanych wyników.

Przykład wyznaczenia nowej osi na podstawie znanej wartości współczynnika skali. Do zobrazowania metody przyjęto wartość współczynnika skali  $\xi = 3,25$ .

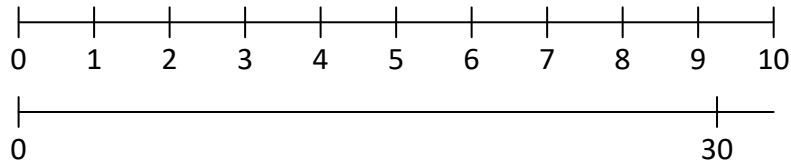
I krok – dana jest oś wraz z podziałką



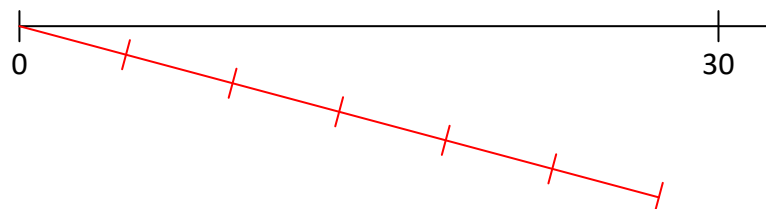
II krok – pod zadaną osią rysujemy nową oś i wyznaczamy wartość maksymalną mnożąc maksymalną wartość z zadanej osi przez wartość współczynnika skali



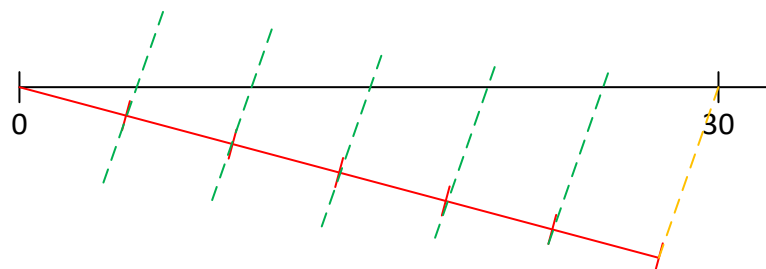
III krok – dobieramy podziałkę tak, aby skok był znormalizowany (patrz instrukcja opracowania sprawozdania). W pierwszej kolejności wyznaczymy maksymalną całkowitą wartość podziałki – w tym przypadku 30. Znając długość osi oraz korzystając z proporcji znajdujemy miejsce wartości 30 na nowej osi



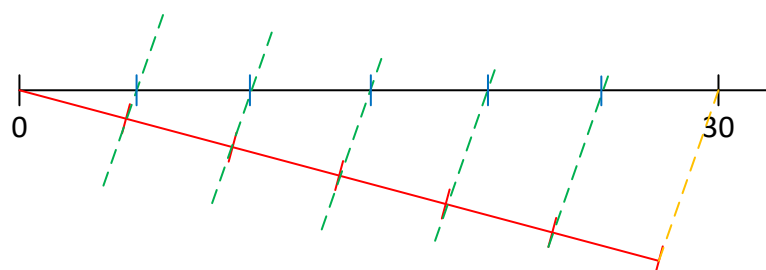
IV krok – w tym przykładzie skok na podziałce nowej osi przyjmujemy co 5 (ponieważ podziałka nie może być zbyt gęsta lub rozstrzelona). W tym celu korzystamy z konstrukcyjnej metody podziału odcinka. W tym celu z punktu 0 rysujemy pod dowolnym kątem do osi dodatkową linię i dzielimy ją na 6 ( $30/5=6$ ) równych części



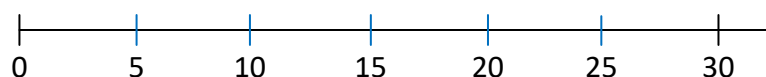
V krok – ostatni punkt dodatkowej linii łączymy z punktem o wartości 30 na osi. Następnie rysujemy linie przechodzące przez kolejne punkty podziału, równoległe do linii w kolorze pomarańczowym, tak aby przecięły się z osią



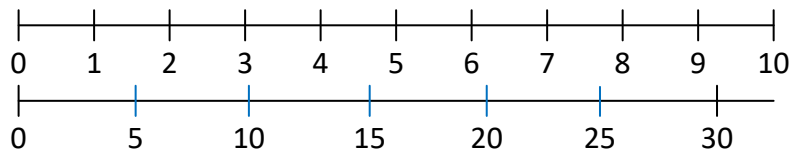
VI krok – zaznaczamy punkty przecięcia osi i linii kreskowych



VII krok – opisujemy oś odpowiednimi wartościami



Końcowa postać osi wyjściowej wraz z nową osią o podziałce przeskalowanej zgodnie z przyjętym współczynnikiem skali  $\xi = 3,25$



W taki sposób należy przeskalować oś wysokości spiętrzenia oraz oś strumienia objętości przepływającej wody.

## 7. Pytania kontrolne

- 1) Co to jest i do czego służy przelew mierniczy?
- 2) Od czego zależy kształt charakterystyki przelewu?
- 3) Jaki warunki musi spełniać przelew aby być mierniczym?
- 4) Co to jest wysokość spiętrzenia, i w którym miejscu strugi ją się mierzy?
- 5) Co to jest i do czego służy charakterystyka przelewu?
- 6) Co to jest i do czego wykorzystuje się podobieństwo zjawisk?
- 7) Podać wzór na liczbę Frouda?
- 8) Jaki stosunek sił przedstawia liczba Frouda?

Tabela pomiarowa do L11

Lp.	V	$\tau$	$h_z$	Lp.	V	$\tau$	$h_z$
1.				7.			
2.				8.			
3.				9.			
4.				10.			
5.				11.			
6.				12.			

Warunki pomiaru i wielkości stałe

Symbol	Jednostka	Wartość
$h_0$	mm	
$\alpha$	°	30
$\xi_l$	-	

Sekcja nr

Lp.	Nazwisko	Imię	Nr albumu
1.			
2.			
3.			

Data, podpis prowadzącego