



Politechnika Wrocławska

Wydział Mechaniczno-Energetyczny

Ćwiczenie L15

Pomiar rozkładu prędkości w warstwie przyściennej

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest pomiar rozkładu prędkości w warstwie przyściennej i wyznaczenie jej grubości dla ściany gładkiej i chropowatej.

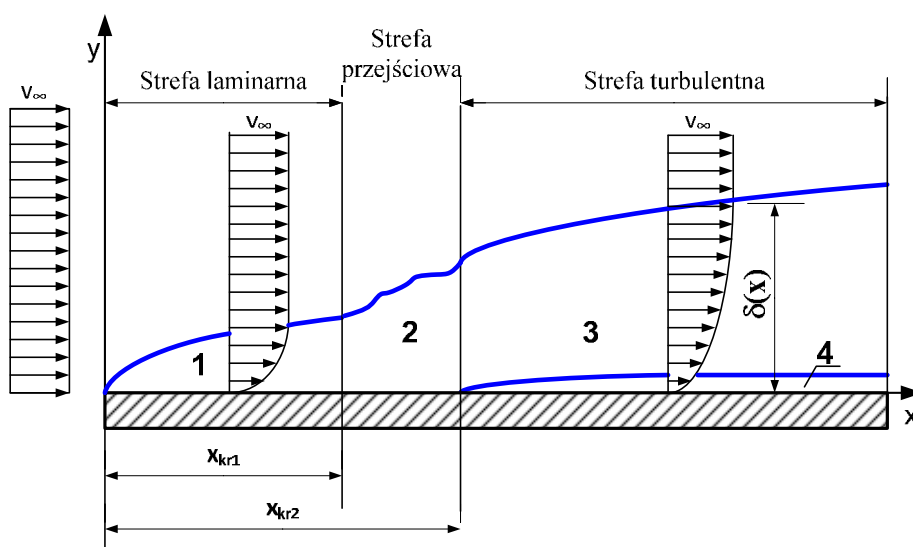
2. Wstęp teoretyczny

Warstwa przyścienna – jest to obszar przepływu bezpośrednio sąsiadujący z powierzchnią opływającego ciała, w którym prędkość płynu zmienia się od wartości równej 0 na jego powierzchni do wartości równej wartości prędkości strugi niezakłóconej v_∞ . Prędkość strugi niezakłóconej jest to prędkość wyznaczana w takiej odległości od opływającego ciała, gdzie to ciało nie ma oddziaływania na tą prędkość.

Cechą charakterystyczną warstwy przyściennej jest jej grubość δ , która zmienia się na długości opływającego ciała i zależy od wartości liczby Reynoldsa. Grubość warstwy przyściennej jest to odległość od powierzchni opływającego ciała do miejsca, w którym prędkość osiąga 99% prędkości strugi niezakłóconej v_∞ liczonej w kierunku prostopadłym do opływanej powierzchni. Grubość warstwy przyściennej jest niewielka, szczególnie w zakresie dużych liczb Reynoldsa. Przykładowo w przypadku liczb Reynoldsa rzędu 10^6 , grubość δ w trakcie opływu płata powietrzem wynosi kilka milimetrów, a przy opływie wodą od kilku do kilkunastu centymetrów.

Zależnie od charakteru przepływu niezakłóconego, liczby Reynoldsa, kształtu opływanej powierzchni i jej chropowatości powstaje laminarna lub turbulentna warstwa przyścienna. W laminarnej warstwie przyściennej cząsteczki płynu poruszają się tylko ruchem wzdłużnym. Natomiast w turbulentnej warstwie przyściennej cząsteczki płynu oprócz ruchu wzdłużnego wykonują ruchy poprzeczne. W sposób ścisły można tylko opisać warstwę laminarną, natomiast warstwa turbulentna obliczana jest na podstawie złożonej teorii naprężeń turbulentnych, uzupełnionej o dane empiryczne.

Podczas opływu powierzchni płaskiej w warstwie przyściennej powstaje obszar, który jest podzielony na trzy strefy (rys.1).



Rys. 1 Warstwa przyścienna przy opływie powierzchni płaskiej: 1 - warstwa laminarna, 2 -obszar przejściowy, 3 – warstwa turbulentna, 4 – podwarstwa laminarna.

Można wyróżnić takie strefy laminarna warstwa przyścienna (1), przejściowa warstwa przyścienna (2) oraz turbulentna warstwa przyścienna (3) (rys. 1). Po dokładniejszej analizie turbulentnej warstwy przyściennej można stwierdzić, że przy powierzchni występuje podwarstwa laminarna (4), która stopniowo przechodzi w warstwę turbulentną (3).

W celu wyznaczenia grubości warstwy przyściennej i rozkładu prędkości w tej warstwie na powierzchni należy uwzględnić lepkość płynu i rozwiązać równanie ruchu w postaci Naviera–Stokesa (1). Wobec małej grubości warstwy przyściennej, w porównaniu z długością opływanej ściany ($\delta/l \ll 1$), równania Naviera–Stokesa sprowadzają się do uproszczonej postaci, zwanej *równaniami Prandtla*. W celu ich rozwiązania zakłada się płaski, ustalony przepływ płynu nieściśliwego ($\rho = \text{const}$) wzdłuż gładkiej nieruchomej powierzchni, opływanej przez płyn z prędkością strugi niezakłóconej v_∞ . Pomija się siły ciężkości, a przepływ poza warstwą traktuje jako potencjalny (bezwirowy).

Równania Naviera–Stokesa (1) oraz ciągłości przepływu (2) można przedstawić w postaci:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = \rho \mathbf{F} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2)$$

gdzie: ρ – gęstość płynu, \mathbf{v} – wektor prędkości o składowych $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$, \mathbf{F} – siły masowe.

Po zastosowaniu powyższych uproszczeń równania i odrzuceniu członów wyższego rzędu równanie przyjmuje postać (układ równań Prandtla) równania bilansu pędu

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}, \quad (3)$$

oraz równania ciągłości

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

Równania te pozwolą wyznaczyć rozkład prędkości w pobliżu powierzchni.

Charakter przepływu warstwy przyściennej definiują tzw. krytyczne liczby Reynoldsa, które zostały wyznaczone eksperymentalnie. Re_{kr1} – jest to krytyczna liczba Reynoldsa wyznaczona dla przejścia strefy laminarnej w strefę przejściową (rys. 1). Natomiast Re_{kr2} – jest to krytyczna liczba Reynoldsa wyznaczona dla przejścia strefy przejściowej w strefę turbulentną. Krytyczne liczby Reynoldsa zdefiniowane są następująco

$$Re_{kr1} = \frac{v_\infty x_{kr1}}{\nu}, \quad (5)$$

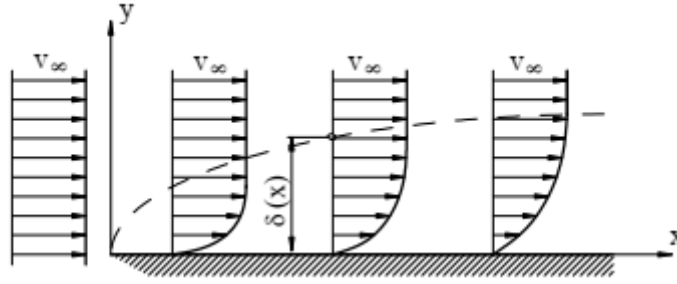
$$Re_{kr2} = \frac{v_\infty x_{kr2}}{\nu}, \quad (6)$$

gdzie: v_∞ – prędkość strugi niezakłóconej, x_{kr1} – długość wzdłuż osi x , dla której następuje przejście od strefy laminarnej do strefy przejściowej, x_{kr2} – długość wzdłuż osi x , przy której po przekroczeniu przepływ warstwa przyścienna ma charakter turbulentny, ν – kinematyczny współczynnik lepkości.

Krytyczne liczby Reynoldsa przy opływie płaskiej powierzchni ciała zawarte są w przedziale od 10^4 do 4×10^6 . W praktyce przyjmuje się: $Re_{kr1} \approx Re_{kr2} \approx 5 \times 10^5$, co oznacza, że długość strefy przejściowej jest bardzo mała.

Prędkość cząstek płynu położonych bezpośrednio przy powierzchni opływającego ciała jest równa zero. Wynika z tego pierwszy warunek brzegowy

$$v_x = v_y = 0, \text{ dla } y = 0. \quad (7)$$



Rys. 2. Obraz warstwy przyściennej

Poza warstwą przyścienną o grubości δ (rys. 2), wartość prędkości płynu v_∞ nie zmienia się w kierunku prostopadłym do opływanej powierzchni – jest to drugi warunek brzegowy:

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)_{y>\delta} = 0, \quad (8)$$

stąd otrzymujemy

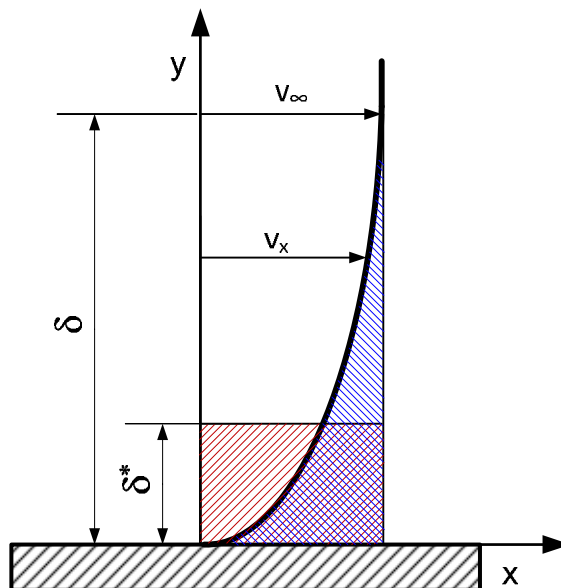
$$v_x = v_\infty(x), \text{ dla } y \gg \delta. \quad (9)$$

Istnieją również inne metody przybliżonego rozwiązania zagadnień dotyczących laminarnej jak i turbulentnej warstwy przyściennej. Metody te wykorzystują tzw. związki całkowe Kármána i stają się użyteczne, gdy znane są (np. z pomiarów) wielkości δ^* i δ^{**} , służące do bilansowych charakterystyk warstw przyściennych.

Wielkość δ^* , zwana grubością odsunięcia (rys. 3), jest miarą grubości warstwy przyściennej (odległością przesunięcia). Oznacza ona, że wskutek tarcia płynu o powierzchnię wartość prędkości maleje co prowadzi do zmniejszenia strumienia masy (pole utraty prędkości – kolor niebieski). Utratę tą równoważy się polem o grubości δ^* (w kolorze czerwonym), a miarą tego zmniejszenia jest umowna grubość δ^* . Gdyby opływana powierzchnia była pogrubiona o δ^* , a pole prędkości nie byłoby zmienione przez naprężenia styczne, wówczas strumień masy byłby taki sam. Bilans strumienia masy wynosi zatem

$$\delta^* v_\infty = \int_0^\delta (v_\infty - v_x) dy, \quad (10)$$

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{v_x}{v_\infty}\right) dy. \quad (11)$$



Rys. 3. Liniowa miara zmniejszenia strumienia masy.

Podobnie można zdefiniować wielkość δ^{**} , nazywaną grubością straty pędu. Stratę pędu płynu w warstwie przyściennej w jednostce czasu, wywołaną przepływem ze zmniejszoną prędkością, równoważy się całkowitą utratą pędu warstwy płynu o grubości δ^{**} poruszającego się z prędkością v_∞ . Zachodzi zatem równość

$$\rho v_\infty^2 d^{**} = \int_0^\delta \rho v_x (v_\infty - v_x) dy, \quad (12)$$

z której wynika

$$d^{**} = \int_0^\delta \frac{v_x}{v_\infty} \left(1 - \frac{v_x}{v_\infty}\right) dy. \quad (13)$$

W końcowej fazie równania (3) i (4) po wprowadzeniu równań całkowych Kármána można sprowadzić do równania różniczkowego zwyczajnego w postaci

$$\frac{\partial d^{**}}{\partial x} + \frac{1}{v_\infty} (2d^{**} + d^*) \frac{dv_\infty}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx} d^{**} = \frac{\tau}{\rho v_\infty^2}, \quad (14)$$

gdzie: τ – naprężenie styczne na powierzchni płyty, wynikające z lepkości cieczy można opisać równaniem

$$\tau = \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{3}{2} \mu \frac{v_x}{\delta}. \quad (15)$$

W celu wyliczenia naprężeń z równania (15) należy rozwiązać całkowite wyrażenia δ^* , δ^{**} (11, 13). W tym celu niezbędna będzie znajomość rozkładu prędkości w warstwie przyściennej. Zakłada się, że rozkład prędkości w laminarnej warstwie przyściennej może być aproksymowany wielomianem trzeciego stopnia

$$v_x = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3. \quad (16)$$

Po uwzględnieniu warunków brzegowych (7) i (8) współczynniki wielomianu wynoszą

$$a_0 = 0, a_1 = \frac{3}{2} \frac{v_\infty}{\delta}, a_2 = 0, a_3 = \frac{1}{2} \frac{v_\infty}{\delta^3}. \quad (17)$$

Po scałkowaniu wyrażenia na δ^* oraz δ^{**} uzyskuje się zależność na grubość warstwy przyściennej

$$\delta = 4,64 \frac{x}{\sqrt{Re_x}} = 4,64 \sqrt{\frac{vx}{v_\infty}}; \quad (18)$$

gdzie lokalna liczba Reynoldsa przedstawiona jest jako

$$Re_x = \frac{v_\infty x}{\nu}. \quad (19)$$

Grubość laminarnej warstwy przyściennej oblicza się na podstawie wyliczeń dokonanych przez Blassiusa

$$\delta = 5 \frac{x}{\sqrt{Re_x}} = 5 \sqrt{\frac{vx}{v_\infty}}. \quad (20)$$

Rozkład prędkości dla turbulentnej warstwy przyściennej zgodnie z postulatem Prandtla można aproksymować zależnością wykładniczą

$$v_x = v_\infty \left(\frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (21)$$

gdzie $n = 7$, gdy rozpatrujemy przepływ, który mieści się w zakresie liczb Reynoldsa między $5 \times 10^5 \leq Re \leq 10^7$. Po uwzględnieniu powyższych założeń, zależność, która opisuje grubość turbulentnej warstwy przyściennej, przyjmuje postać

$$\delta = 0,376 \left(\frac{\nu}{v_\infty} \right)^{\frac{1}{5}} x^{\frac{4}{5}} = 0,376 \frac{x}{Re_x^{\frac{1}{5}}}. \quad (20)$$

3. Opis stanowiska

Stanowisko pomiarowe (tunel aerodynamiczny) składa się z wentylatora (2), uruchomianego włącznikiem (1), który tłoczy powietrze kanałem poprzez zawór regulacyjny (3). Tłoczone powietrze przepływa przez komorę rozprężną, w której mierzone jest ciśnienie całkowite komory. Układ pomiarowy zbudowany jest ze ściany płaskiej (z jednej strony gładka, z drugiej szorstka) (7), na której mierzy się ciśnienie całkowite przy pomocy rurki Pitota (8). Ciśnienie całkowite odczytuje się z manometru wieloramiennego (5).

4. Procedura badawcza

Wykonanie badań polega na:

- pomiarze wysokości ciśnienia całkowitego za pomocą rurki Pitota,
- pomiarze temperatury przepływającego powietrza oraz ciśnienia barometrycznego.

W celu wykonania pomiarów należy:

- zapoznać się z budową stanowiska i sporządzić jego schemat, na którym należy oznaczyć mierzone wielkości,
- z przyrządów pomiarowych odczytać jednostki i zapisać je w tabeli pomiarowej,
- zgłosić prowadzącemu gotowość do rozpoczęcia badań,
- przed włączeniem stanowiska sprawdzić czy przepustnica (3) jest w pozycji zamkniętej,
- poluzować śrubę mocującą rurkę Pitota i na mikrometrze ustawić wartość 15,14 mm dla ściany gładkiej,
- przysunąć rurkę Pitota do ściany i zakręcić śrubę mocującą tą rurkę,
- podłączyć rurkę Pitota do manometru wielokanałowego,
- przy pomocy zbiorniczka z płynem manometrycznym na manometrze wielokanałowym ustawić wysokość początkową zwierciadła cieczy na 100 mm,
- uruchomić wentylator (2) za pomocą włącznika (1 – kolor czarny)
- otwierać przepustnicę (3) tak aby wysokość ciśnienia całkowitego w komorze osiągnęła wartość ok 70 mm,

- odczytywać wartości ciśnienia całkowitego mierzonego przez rurkę Pitota dla ustawień śruby mikrometru podanych w tabeli pomiarowej,
- po wykonaniu pomiarów dla ściany gładkiej wyłączyć wentylator za pomocą włącznika (1 – kolor czerwony),
- poprosić prowadzącego o zmianę ściany gładkiej na chropowatą,
- poluzować śrubę mocującą rurkę Pitota i na mikrometrze ustawić wartość 16,10 mm dla ściany chropowatej,
- uruchomić wentylator (2) za pomocą włącznika (1 – kolor czarny)
- wykonać pomiary ciśnienia całkowitego mierzonego przez rurkę Pitota dla ustawień śruby mikrometru podanych w tabeli pomiarowej dla ściany chropowatej,
- zamknąć przepustnicę (3),
- Wyłączyć wentylator (1 – kolor czerwony).

5. Tabela wielkości mierzonych

Tabela wielkości pomiarowych do tego ćwiczenia zamieszczona jest na końcu instrukcji. Tabelę należy uzupełnić o jednostki wielkości mierzonych.

6. Opracowanie wyników pomiarów

Opracowanie wyników pomiarów należy wykonać zgodnie z poniższymi wytycznymi:

1. Obliczyć dynamiczny współczynnik lepkości, ciśnienie pary nasyconej oraz gęstość powietrza, na podstawie zapisanych warunków otoczenia.

Dynamiczny współczynnik lepkości

$$\mu = \mu_0 \frac{273+C}{T+C} \left(\frac{T}{273} \right)^{\frac{3}{2}},$$

gdzie: μ_0 – dynamiczny współczynnik lepkości w temperaturze 273 K (dla powietrza $\mu_0 = 17,08 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$); C – stała Sutherlanda (dla powietrza C = 112).

Ciśnienie pary nasyconej

$$p_{nas} = 9,8065 \cdot 10^5 \frac{e^{0,01028 \cdot T - \frac{7821,541}{T} + 82,86568}}{T^{11,48776}}$$

Gęstość powietrza

$$\rho_p = \frac{1}{R_s} \frac{1 + \frac{0,622 \cdot \varphi \cdot p_{nas}}{p - \varphi \cdot p_{nas}}}{1 + \frac{\varphi \cdot p_{nas}}{p - \varphi \cdot p_{nas}}} \frac{p}{T}$$

2. Policzyc stosunek prędkości v_x do prędkości strugi niezakłóconej v_∞ , $\frac{v_x}{v_\infty}$, gdzie

$$p_x = h_c \rho_w g = \frac{1}{2} \rho v_x^2,$$

$$p_\infty = h_{c\infty} \rho_w g = \frac{1}{2} \rho v_\infty^2,$$

gdzie ρ_w – gęstość płynu manometrycznego (wody).

Wysokość ciśnienia potrzebna do wyznaczenia prędkości strugi niezakłóconej odczytać w odległości 10 mm od ściany.

$$\frac{v_x}{v_\infty} = \sqrt{\frac{h_c}{h_{c\infty}}},$$

Obliczyć prędkość strugi niezakłóconej $V_\infty = \sqrt{\frac{2p_{c\infty}}{\rho}}$

3. Obliczyć doświadczalną liczbę Reynoldsa strugi niezakłóconej na podstawie równania

$$Re_x = \frac{\rho v_\infty L}{\mu}$$

$L = 265$ mm – długość płyty.

4. Dla wartości $\frac{v_x}{v_\infty}$ w zakresie od 0,5 do 1,0 obliczyć $\frac{v_x}{v_\infty} \left(1 - \frac{v_x}{v_\infty}\right)$.

5. Grubość turbulentnej warstwy przyściennej, przyjmuje postać

$$\delta = 0,376 \left(\frac{v}{v_\infty}\right)^{\frac{1}{5}} x^{\frac{4}{5}} = 0,376 \frac{x}{Re_x^{\frac{1}{5}}}$$

Gdzie: $x=L$

6. Grubość zmniejszenia strumienia masy δ^* turbulentnej warstwy przyściennej

$$\delta^* = \frac{0,046x}{Re_x^{0,2}}$$

gdzie: $Re_x = \frac{\rho v_y L}{\mu}$, v_y – prędkość w warstwie przyściennej w kierunku prostopadłym do powierzchni płaskiej.

7. Grubość zmniejszenia strumienia pędu δ^{**} turbulentnej warstwy przyściennej

$$\delta^{**} = \frac{0,036x}{Re_x^{0,2}}$$

Na podstawie otrzymanych wyników badań, należy sporządzić charakterystykę odległości rurki Pitota od ściany y w funkcji stosunku prędkości v_x/v_∞ . Na tym samym wykresie narysować krzywą $y=f(v_x/v_\infty(1-v_x/v_\infty))$. Na jednej charakterystyce narysować krzywe dla ściany płaskiej i chropowatej.

7. Pytania kontrolne

- 1) Co to jest warstwa przyścienna?
- 2) Co to jest grubość warstwy przyściennej?
- 3) Po czym można rozróżnić charakter przepływu w warstwie przyściennej?
- 4) Narysuj rozkład prędkości dla laminarnej warstwy przyściennej na płaskiej płycie.
- 5) Podać wzór na grubość laminarnej warstwy przyściennej.
- 6) Podać wzór na naprężenie styczne na ścianie w laminarnej warstwie przyściennej.
- 7) Narysować rozkład prędkości w turbulentnej warstwie przyściennej.
- 8) Opisz co to jest liniowa miara zmniejszenia strumienia masy i od czego zależy?
- 9) Opisz co to jest liniowa miara zmniejszenia strumienia pędu i od czego zależy?

Tabela pomiarowa do L15

Data wykonania pomiarów:.....

Dla gładkiej płyty			
	Odczyt mikrometru	odległość rurki Pitota od ściany	
L.p.	mm	y, mm	h_c
1.	15,14	0,20	
2.	15,20	0,26	
3.	15,40	0,46	
4.	15,60	0,66	
5.	15,80	0,86	
6.	16,00	1,06	
7.	16,50	1,56	
8.	17,00	2,06	
9.	18,00	3,06	
10.	19,00	4,06	
11.	20,00	5,06	
12.	21,00	6,06	

Dla chropowatej płyty			
	Odczyt mikrometru	odległość rurki Pitota od ściany	
L.p.	mm	y, mm	h_c
1.	16,1	0,2	
2.	16,3	0,4	
3.	16,5	0,6	
4.	17,0	1,1	
5.	17,5	1,6	
6.	18,0	2,1	
7.	18,5	2,6	
8.	19,0	3,1	
9.	20,0	4,1	
10.	21,0	5,1	
11.	22,0	6,1	
12.	23,0	7,1	
13.	24,0	8,1	
14.	25,0	9,1	

Warunki pomiaru i wielkości stałe

Symbol	Jednostka	Wartość
T	$^{\circ}\text{C}$	
p_b	hPa	
L	mm	265

L – Odległość pomiaru rurką Pitota od krawędzi natarcia

Sekcja nr			
Lp.	Nazwisko	Imię	Nr albumu
1.			
2.			
3.			
4.			

Data, podpis prowadzącego