



Politechnika Wrocławska

Wydział Mechaniczno-Energetyczny

---

## Ćwiczenie L4

# ***WSPÓŁCZYNNIK STRAT LINIOWYCH W PRZEPŁYWIE TURBULENTNYM***

---

## 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest doświadczalne wyznaczenie współczynnika strat liniowych podczas przepływu turbulentnego w prostoliniowym przewodzie oraz porównanie go z wartościami teoretycznymi.

## 2. Wstęp teoretyczny

Podczas ruchu płynu lepkiego w przewodzie prostoliniowym o średnicy  $d$  i długości  $l$  występuje liniowy spadek ciśnienia  $\Delta p^{sl}$  spowodowany stratami energii. Wielkość tego spadku ciśnienia jest funkcją parametrów:

- kinematycznych (prędkości średniej  $v$  lub strumienia objętości  $q_v$ ),
- fizycznych (gęstości  $\rho$  i kinematycznego współczynnika lepkości  $\nu$ ),
- geometrycznych (średnicy wewnętrznej  $d$ , chropowatości bezwzględnej  $k$ , długości przewodu  $l$ ),

a zatem jednostkowa strata ciśnienia

$$\frac{\Delta p^{sl}}{l} = \Phi(q_v, d, k, \nu, \rho). \quad (1)$$

Na podstawie analizy wymiarowej otrzymano zależność jednostkowej straty ciśnienia  $\Delta p^{sl} / l$  od podanych parametrów w postaci:

$$\frac{\Delta p^{sl}}{l} = \varphi\left(\frac{k}{d}, \frac{vd}{\nu}\right) \frac{v^2}{d} \frac{\rho}{2} = f\left(\frac{k}{d}, \text{Re}\right) \frac{16}{\pi^2} \frac{q_v^2}{d^5} \frac{\rho}{2}, \quad (2)$$

gdzie:  $\text{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{4q_v}{\pi d \nu}$ .

Wysokość spadku ciśnienia

$$\Delta h^{sl} = \frac{\Delta p^{sl}}{\rho g} = f(\text{Re}, \varepsilon) \frac{8 q_v^2 l}{g \pi^2 d^5}. \quad (3)$$

przy czym  $\varepsilon = \frac{k}{d}$  - chropowatość względna ścian rury lub

$$\Delta h^{sl} = f(\text{Re}, \varepsilon) \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}, \quad (4)$$

ponieważ  $v = 4q_v / \pi d^2$ .

Zależność (4) jest znana pod nazwą wzoru Darcy-Weisbacha, w którym  $\lambda(Re, \varepsilon)$  nazywa się współczynnikiem strat liniowych. Powyżej granicznej liczby Reynoldsa wynoszącej  $Re_{gr} \approx \frac{560}{k/d}$  współczynnik oporów liniowych zależy tylko od chropowatości względnej  $\varepsilon$ , a nie zależy od liczby Reynoldsa.

Równanie (5) to poszukiwana zależność  $\lambda = f(Re)$ , jednak ze względu na uwikłaną postać nie zawsze dogodna do zastosowania.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg(Re \sqrt{\lambda}) - 0,8 \quad (5)$$

Jest to wzór Prandtla-Nikuradsego do obliczenia współczynnika oporów liniowych w rurach gładkich. Natomiast w strefie kwadratowej zależności oporów, w której opory przepływu nie zależą od liczby Reynoldsa otrzymujemy inną postać tego wzoru:

$$\frac{1}{\lambda} = -2 \lg\left(\frac{k}{3,71d}\right) \quad (6)$$

Zależność współczynnika strat liniowych od liczby Reynoldsa i chropowatości względnej przedstawiają wykresy opracowane przez Colebroocka-White'a (rys. 1) i Nikuradsego (rys. 2). Nikuradse wytwarzał chropowatość sztucznie, przyklejając do wewnętrznych powierzchni mosiężnych rur kalibrowany piasek (chropowatość piaskowa, równomierna, równa średnica ziaren). Jak widać na wykresie poniżej (rys. 2) badany obszar można podzielić na V obszarów:

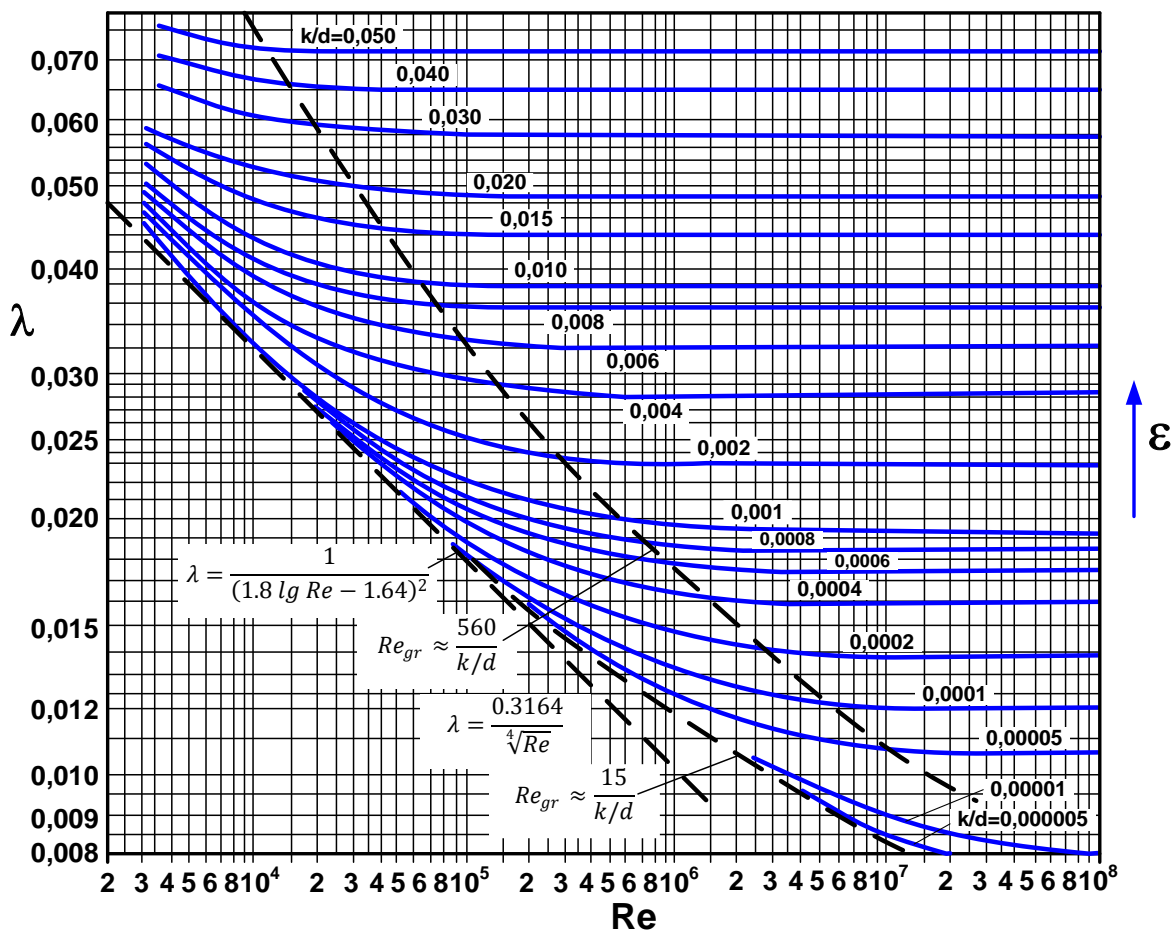
- I. Obszar ruchu laminarnego  $Re < 2300$ .
- II. Obszar przejścia od ruchu laminarnego do turbulentnego  $2300 \leq Re < 4000$ .
- III. Obszar rur hydraulicznie gładkich. Wartość  $\lambda$  maleje ze wzrostem  $Re$ .

Rurę hydraulicznie gładką nazywamy wtedy, gdy nierówności jej ścianek pokrywa całkowicie laminarna warstwa przyścienna. W tym przypadku grubość podwarstwy laminarnej powinna być większa od współczynnika chropowatości  $k$  ( $\delta > k$ ).

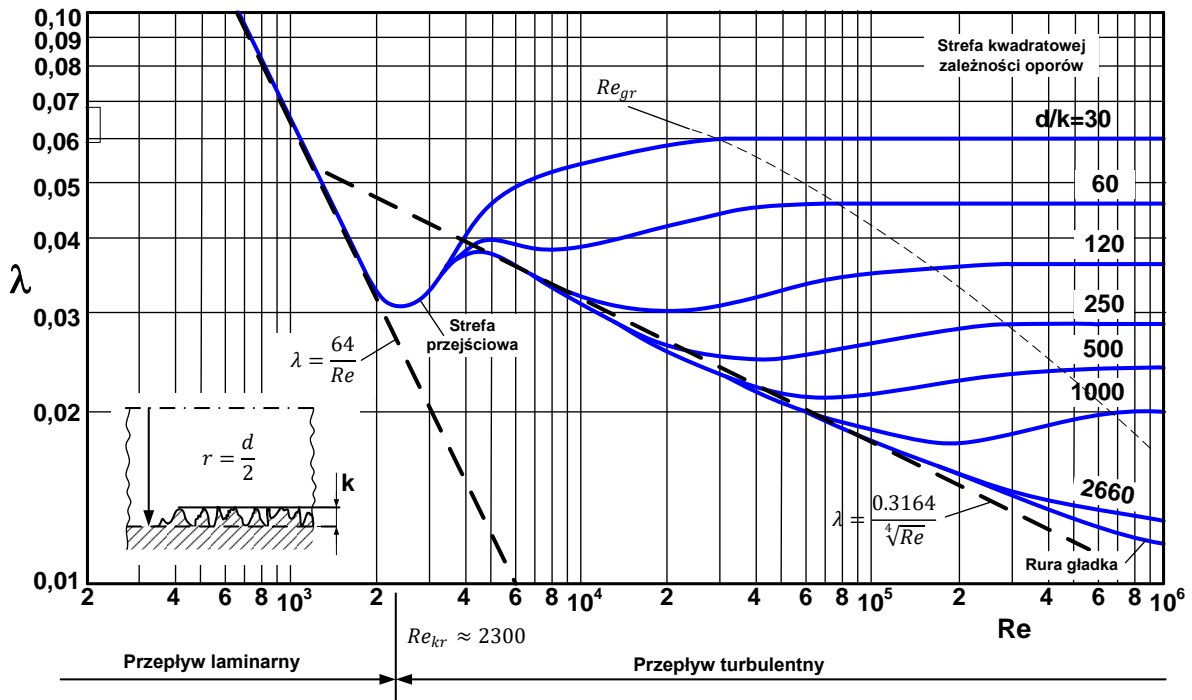
- IV. Obszar przejściowy od rur hydraulicznie gładkich do chropowatych, w którym wartość współczynnika  $\lambda$  początkowo maleje, a potem rośnie do stałej wartości. W tym zakresie w miarę wzrostu liczby Reynoldsa zwięża się coraz bardziej podwarstwa laminarna, której grubość jest mniejsza od współczynnika

chropowatości  $k$  ( $\delta < k$ ). W tym zakresie współczynnik oporów liniowych zależy od liczby Reynoldsa i współczynnika chropowatości względnej.

- V. Obszar przepływu przy zupełnej chropowatości, tzn. obszar kwadratowej zależności strat od prędkości. Współczynnik  $\lambda$  nie zależy od  $Re$ . W tym zakresie zanika zupełnie wpływ podwarstwy laminarnej ( $\delta=0$ ).



Rys.1 Zależność współczynnika oporu liniowego od liczby Reynoldsa – wykres Colebrooka-White'a



Rys. 2. Zależność współczynnika oporu liniowego od liczby Reynoldsa – wykres (harfa) Nikuradsego

Colebrook i White prowadzili badania w szerszym zakresie zmian chropowatości regularnej i nieregularnej. Wyniki tych badań nie wykazują wzrostu współczynnika  $\lambda$  przed osiągnięciem strefy kwadratowej zależności oporów jak w badaniach Nikuradsego. Występuje tu monotoniczny spadek wartości współczynnika  $\lambda$  ze wzrostem liczby Reynoldsa.

Według Colebrooka i White'a współczynnik oporu liniowego jest związany z liczbą Reynoldsa i chropowatością względną w następujący sposób

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left( \frac{k}{3,7d} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right). \quad (7)$$

Wzór (7) ma postać uwikłaną i stąd nieprzydatny do obliczeń nienumerycznych. Wygodniejszą postać ma wzór Altšula (8)

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{k}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (8)$$

dobrze aproksymujący wyniki badań Colebrooka-Whitea w całym zakresie przepływu turbulentnego.

Do obliczania współczynnika oporów liniowych w rurach hydraulicznie gładkich, czyli dla  $3 \cdot 10^3 < Re < 10^5$  stosowany jest wzór Blasiusa

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}}. \quad (9)$$

### Chropowatość przewodu

Chropowatość jest w hydraulice pojęciem względnym i wiąże się z istnieniem podwarstwy lepkiej (laminarnej), która wygładza wewnętrzne nierówności przewodu.

Grubość  $\delta$  podwarstwy lepkiej jest opisana zależnością

$$\delta = \beta \frac{\nu}{v_*} = \beta \sqrt{\frac{8}{\lambda}} \frac{\nu}{v} = \frac{2\sqrt{2}\beta d}{Re \sqrt{\lambda}}, \quad (10)$$

gdzie  $\beta = 5$  – stała doświadczalna,

$\nu$  - kinematyczny współczynnik lepkości,

$v_*$  - średnia prędkość przepływu,

Jeżeli grubość podwarstwy laminarnej  $\delta$  jest większa niż chropowatość bezwzględna  $k$ , przewód jest hydraulicznie gładki, gdyż nierówności ścian pokrywa podwarstwa laminarna.

## 3. Opis stanowiska

Stanowisko pomiarowe składa się z następujących elementów:

- odcinka pomiarowego rurociągu o średnicy  $d$  i długości  $l$  (1),
- wentylatora – umieszczony na zewnątrz stanowiska,
- rotametu (2),
- manometru „U-rurkowego” (3),
- mikromanometru (4),
- zaworu regulacyjnego (5) i zaworu odcinającego (6),
- komputerowy system pomiaru temperatury, wilgotności i ciśnienia barometrycznego (7).

## 4. Procedura badawcza

Zapoznać się z budową stanowiska i sporządzić jego schemat, na którym należy zaznaczyć opisane w pkt. 3 elementy.

W celu wykonania pomiarów należy:

- 1) przed włączeniem stanowiska upewnić się, że zawór regulacyjny (5) jest otwarty,
- 2) otworzyć zawór odcinający (6),
- 3) uruchomić wentylator,
- 4) przemykać zawór regulacyjny (5), aby uzyskać żądany strumień objętości – strumień zmieniać w zakresie od 900 dm<sup>3</sup>/h do 3400 dm<sup>3</sup>/h,
- 5) dla każdej wartości strumienia objętości odczytać wysokość różnicy ciśnienia  $\Delta z$  na mikromanometrze (4) oraz wysokości  $h$  na manometrze (3),
- 6) spisać z ekranu monitora warunki otoczenia,
- 7) spisać z rotametru parametry wzorcowania.

## 5. Tabela wielkości mierzonych

Tabela wielkości pomiarowych do tego ćwiczenia zamieszczona jest na końcu instrukcji. Tabelę należy uzupełnić o jednostki wielkości mierzonych.

## 6. Opracowanie wyników pomiarów

Opracowanie wyników pomiarów należy wykonać zgodnie z poniższymi wytycznymi:

- 1) obliczyć dynamiczny współczynnik lepkości, ciśnienie pary nasyconej oraz gęstość powietrza, na podstawie zapisanych warunków otoczenia.

Dynamiczny współczynnik lepkości

$$\mu = \mu_0 \frac{273+C}{T+C} \left( \frac{T}{273} \right)^{\frac{3}{2}},$$

gdzie:  $\mu_0$  – dynamiczny współczynnik lepkości w temperaturze 273 K (dla powietrza  $\mu_0 = 17,08 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ );  $C$  – stała Sutherlanda (dla powietrza  $C = 112$ ).

Ciśnienie pary nasyconej

$$p_{nas} = 9,8065 \cdot 10^5 \frac{e^{0,01028 \cdot T - \frac{7821,541}{T} + 82,86568}}{T^{11,48776}}.$$

Gęstość powietrza

$$\rho_p = \frac{1}{R_s} \frac{1 + \frac{0,622 \cdot \varphi \cdot p_{nas}}{p - \varphi \cdot p_{nas}}}{1 + \frac{\varphi \cdot p_{nas}}{p - \varphi \cdot p_{nas}}} \frac{p}{T}$$

2) obliczyć doświadczalną liczbę Reynoldsa na podstawie równania

$$Re = \frac{4q_{vr}\sqrt{\rho_w\rho_0}}{\pi d\mu},$$

gdzie:  $q_{vr}$  – rzeczywisty strumień objętości przepływającego powietrza z uwzględnieniem warunków wzorcowania. Odczytany strumień z rotametru należy pomnożyć przez współczynnik 0,9 wynikający z wymiany pływaka o innej masie.  $\rho_w$  – gęstość powietrza w warunkach wzorcowania rotametru ( $\varphi_w = 0$ ) oraz gęstość  $\rho_0$  w warunkach wykonywania pomiarów.

3) obliczyć doświadczalny współczynnik strat liniowych  $\lambda$

$$\lambda_{dos} = \rho_m g \Delta z \frac{d}{l} \left( \frac{\pi d^2}{4q_{vr}} \right)^2 \frac{2}{\rho_w} \frac{p - \rho_m g h}{p}$$

$\rho_m$  – gęstość płynu manometrycznego,

$p$  – ciśnienie.

4) obliczyć teoretyczny współczynnik strat liniowych  $\lambda_t$  dla  $Re_t$  (od 2300 do 14000). Dla przepływu turbulentnego korzystać z równania dla rur hydraulicznie gładkich, np. wzór Blasiusa.

5) sporządzić charakterystykę doświadczalną i teoretyczną  $\lambda = f(Re)$ ,

## 7. Pytania kontrolne

- 1) Od jakich wielkości zależy wysokość strat liniowych?
- 2) Od jakich wielkości zależy współczynnik strat liniowych dla przepływu laminarnego i turbulentnego?
- 3) Co to jest chropowatość względna i bezwzględna?
- 4) Od czego zależy współczynnik strat liniowych w poszczególnych strefach przepływu wg wykresu Nikuradsego
- 5) Podać wzór do obliczania współczynnika strat liniowych dla przepływu laminarnego
- 6) Wymień formuły do obliczania współczynnika strat liniowych w przepływie turbulentnym



Tabela pomiarowa do ćwiczenia L4

Lp.	$q_v$	$\Delta z$	$h$	Lp.	$q_v$	$\Delta z$	$h$
Jedn.				Jedn.			
1.	1300			10.	2200		
2.	1400			11.	2300		
3.	1500			12.	2400		
4.	1600			13.	2500		
5.	1700			14.	2600		
6.	1800			15.	2800		
7.	1900			16.	3000		
8.	2000			17.	3200		
9.	2100			18.	3400		

## Warunki pomiaru i wielkości stałe

Powietrze		
Temperatura, °C	Ciśnienie, kPa	Wilgotność względna, %

## Inne parametry

Symbol	Jednostka	Wartość
$d$	mm	7,37
$l/d$	-	100

## Sekcja nr

Lp.	Nazwisko	Imię	Nr albumu
1.			
2.			
3.			

Data, podpis prowadzącego