



Politechnika Wrocławska

Wydział Mechaniczno-Energetyczny

Ćwiczenie L17

POMIAR ŚREDNIEJ PRĘDKOŚCI PRZEPŁYWU I STRUMIENIA OBJĘTOŚCI

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest doświadczalne wyznaczenie średniej prędkości przepływu oraz strumienia objętości w przewodzie o przekroju kołowym.

2. Wstęp teoretyczny

Przepływ płynu idealnego charakteryzuje się tym, że w każdym punkcie przekroju poprzecznym przewodu występuje ta sama prędkość, tzn. prędkość płynu ma taką samą wartość przy ściankach przewodu, w jego osi jak i w dowolnej odległości od osi. Stąd nie występuje problem jaką prędkością należy się posługiwać w obliczeniach płynu idealnego.

W przypadku przepływu płynu rzeczywistego czyli lepkiego prędkości przepływu w przekroju poprzecznym są różne w zależności od odległości od osi przewodu. Wykres przedstawiający wartość prędkości przepływu w zależności od odległości od osi przewodu nazywa się profilem prędkości lub rozkładem prędkości. Dla przepływu płynu rzeczywistego profil prędkości zależy od charakteru przepływu czyli tego czy przepływ jest laminarny czy turbulentny, kształtu przekroju poprzecznego przewodu i liczby Reynoldsa.

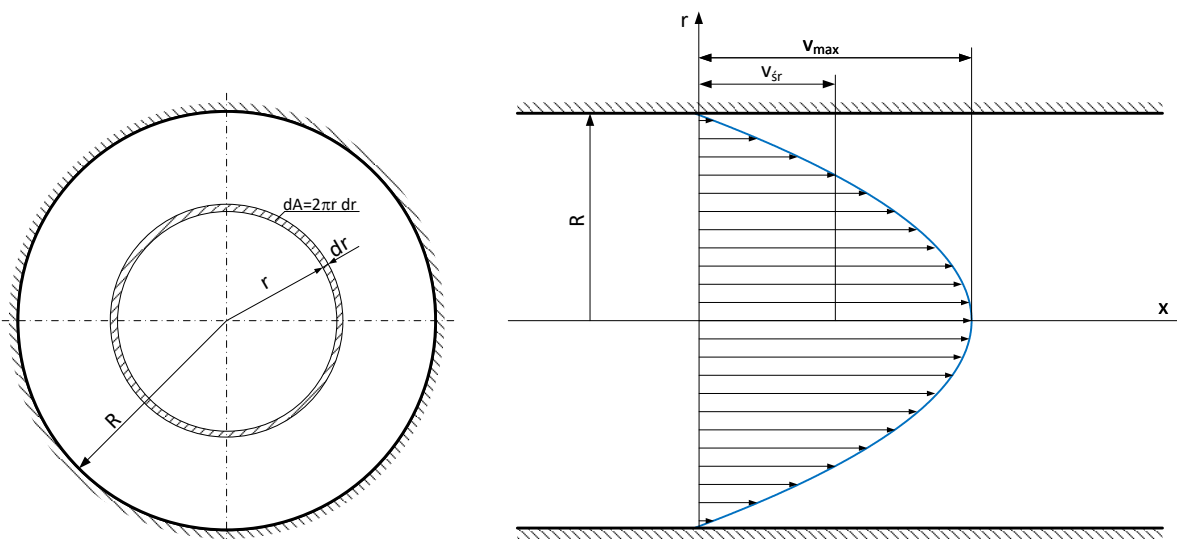
2.1. Przepływ laminarny w rurze o przekroju kołowym

W przypadku przepływu laminarnego w rurze o przekroju kołowym profil prędkości opisany jest równaniem Hagen- Poiseuille'a (1) [1]

$$v(r) = \frac{1}{4} \cdot \frac{\Delta p}{\mu l} \cdot (R^2 - r^2) \quad (1)$$

w którym Δp - spadek ciśnienia na odcinku przewodu o długości l , μ - dynamiczny współczynnik lepkości, R - promień rury. Równanie to zostało wyprowadzone z równania Naviera-Stokesa przy następujące założenia: 1) przepływ jest stacjonarny (niezależni od czasu), 2) przepływ jest jednowymiarowy, 3) płyn jest nieściśliwy, 4) przewód ma stałą średnicę, 5) siły masowe w porównaniu z siłami lepkości są pomijalnie małe. Równanie to określa profil prędkość w zależności od spadku ciśnienia na długości l i wartości dynamicznego współczynnika lepkości przepływającego płynu. Z

równania (1) wynika, że kształt profilu prędkości w ruchu laminarnym w przewodzie o przekroju kołowym jest paraboliczny (rys. 1)



Rys. 1. Profil prędkości w ruchu laminarnym w przewodzie o przekroju kołowym.

Równanie (1) ma maksimum dla $r=0$ czyli w osi przewodu występuje prędkość maksymalna i wynosi

$$v_{\max} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\Delta p}{\mu l} \cdot R^2 \quad (2)$$

Strumień objętości jest liczbowo równy objętości paraboloidy utworzonej przez profil prędkości. Jeżeli weźmiemy pod uwagę elementarny pierścień o promieniach r i $r+dr$, to elementarne pole powierzchni wynosi (rys. 1)

$$dA = 2\pi r \cdot dr \quad (3)$$

a elementarny strumień objętości przepływający przez tak utworzoną powierzchnię wynosi

$$dq_v = v \cdot 2\pi r \cdot dr \quad (4)$$

Po podstawieniu do (4) równania Hagen- Poiseuille'a (1) otrzymamy

$$dq_v = \frac{\pi \Delta p}{2\mu l} \cdot (R^2 - r^2) \cdot r \cdot dr \quad (5)$$

Po dwustronnym scałkowaniu i wyciągnięciu stałych przed całkę wzór ma postać

$$q_v = \frac{\pi \Delta p}{2\mu l} \cdot \int_0^R (R^2 - r^2) \cdot r \cdot dr \quad (6)$$

Po obliczeniu całki oznaczonej strumień objętości wynosi

$$q_v = \frac{\pi \Delta p}{8\mu l} \cdot R^4 \quad (7)$$

Wzór (7) nosi nazwę prawa Hagen- Poiseuille'a i mówi, że w ustalonym ruchu laminarnym nieściśliwego, lepkiego płynu strumień objętości jest wprost proporcjonalny do jednostkowego spadku ciśnienia i do czwartej potęgi średnicy rury, a odwrotnie proporcjonalny do dynamicznego współczynnika lepkości.

Średnia prędkość przepływu zostanie obliczona z równania ciągłości przepływu

$$v_{sr} = \frac{q_v}{A} = \frac{q_v}{\pi R^2} \quad (8)$$

Podstawiając do (8) równanie (7) otrzymamy średnią prędkość przepływu w ruchu laminarnym

$$v_{sr} = \frac{\Delta p}{8\mu l} \cdot R^2 \quad (9)$$

Dzieląc przez stronami równania (9) i (2) otrzymamy stosunek prędkości średniej do maksymalnej w ruchu laminarnym

$$\frac{v_{sr}}{v_{max}} = \frac{\frac{\Delta p}{8\mu l} \cdot R^2}{\frac{1}{4} \cdot \frac{\Delta p}{\mu l} \cdot R^2} = \frac{1}{2} \quad (10)$$

Zatem w ruchu laminarnym prędkość średnia stanowi połowę prędkości maksymalnej znajdującej się w osi rury.

Wzór (1) po wymnożeniu nawiasu będzie miał postać

$$v(r) = \frac{1}{4} \cdot \frac{\Delta p}{\mu l} R^2 - \frac{1}{4} \cdot \frac{\Delta p}{\mu l} r^2 \quad (11)$$

a uwzględniając prędkość maksymalną (2) otrzymamy

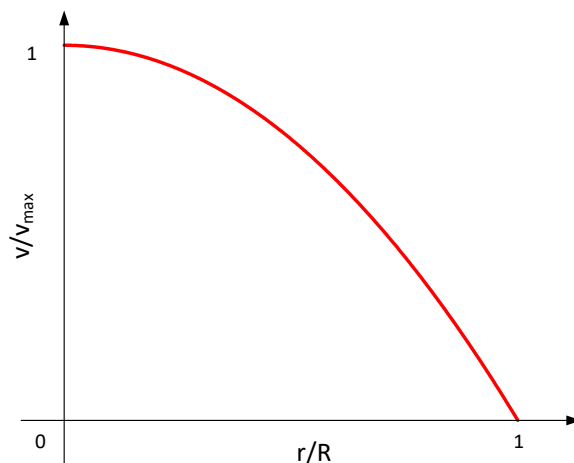
$$v(r) = v_{max} - \frac{v_{max}}{R^2} r^2 = v_{max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (12)$$

Wzór (12) nazywa się modelem Prandtla profilu prędkości w przepływie laminarnym. Wzór można przedstawić w tzw. współrzędnych unormowanych

$$\frac{v}{v_{max}} = \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (13)$$

W współrzędnych unormowanych prędkość w danym punkcie (dla danego promienia wodzącego r) odniesiona jest do prędkości maksymalnej w osi rury, natomiast promień wodzący r do promienia rury. Zatem współrzędne unormowane zawsze zmieniają się od 0 do 1.

Po wykreśleniu równania (13) otrzymamy krzywą paraboliczną (rys. 2)



Rys. 2. Profil prędkości w współrzędnych unormowanych dla przepływu laminarnego.

2.2. Przepływ turbulentny w rurze o przekroju kołowym

Wyznaczenie profilu prędkości dla przepływu turbulentnego jest bardziej skomplikowane niż laminarnego, bo trzeba wykorzystać teorię warstwy przyściennej i turbulencji. Cechą przepływu turbulentnego jest to, że elementy płynu oprócz ruchu zgodnego z głównym kierunkiem przepływu, wykonują również chaotyczne ruchy prostopadłe do kierunku ruchu głównego nazywane fluktuacją. Rozwiązanie równania Naviera-Stokesa dla ruchu turbulentnego jest niemożliwe, z powodu braku możliwości wprowadzenia założeń upraszczających. Jedyne uproszczenie jakie jest możliwe to zastosowanie zamiast chwilowych wartości wielkości przepływowych ich wartości uśrednionych w czasie. Według hipotezy Reynoldsa przepływ turbulentny można przedstawić jako złożenie ruchu uśrednionego w głównym kierunku przepływu oraz ruchy fluktuacyjnego.

Obszar przepływu w przekroju poprzecznym przewodu w ruchu turbulentnym został podzielony na trzy podobszary. Główny podobszar przepływu, w którym dominują siły bezwładności noszący nazwę rdzenia turbulentnego, podobszar z dominującymi siłami lepkości noszący nazwę warstwy przyściennej i podobszar znajdujący się pomiędzy warstwą przyścienną, a rdzeniem turbulentnym noszący nazwę podobszaru przejściowego.

Naprężenia styczne τ_0 w płynie można potraktować jako sumę naprężenia związanego z lepkością płynu τ_l (naprężenia laminarnego) oraz naprężenia związanego z fluktuacją τ_t (naprężenia turbulentnego). Naprężenia laminarne wyznaczane są z

hipotezy Newtona (pierwszy człon równania (14)), natomiast naprężenia turbulentne z hipotezy Boussinesqa (drugi człon równania (14)).

$$\tau_0 = \tau_l + \tau_t = \mu \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} + \rho l^2 \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} \right)^2 \quad (14)$$

Pierwszy człon równania (14) jest dominujący w warstwie przyściennej, natomiast drugi człon w rdzeniu turbulentnym.

Stąd można zapisać, że w warstwie przyściennej naprężenia styczne są wynoszą

$$\tau_0 \approx \mu \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} \quad (15)$$

Rozwiązaniem równania (15) jest

$$\bar{v}_x = \frac{\tau_0}{\mu} y \quad (16)$$

czyli w warstwie przyściennej występuje liniowy rozkład prędkości, a współczynnik kierunkowy prostej zależy od stosunku naprężeń stycznych do dynamicznego współczynnika lepkości płynu.

Natomiast w rdzeniu turbulentnym naprężenia styczne są równe

$$\tau_0 \approx \rho l^2 \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} \right)^2 \quad (17)$$

w którym l – jest tzw. drogą mieszania. Według koncepcji Prandtla turbulencja związana jest z poprzecznym przemieszczeniem cząstki płynu, podczas którego cząstka zachowuje swoją prędkość oraz pęd. Długość l poprzecznego przemieszczenia została nazwana drogą mieszania i zdefiniowana wzorem

$$l = \kappa y \quad (18)$$

gdzie κ jest współczynnikiem wyznaczanym doświadczalnie. Po podstawieniu (18) do (17) otrzymamy

$$\tau_0 = \rho (\kappa y)^2 \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} \right)^2 \quad (19)$$

a po przekształceniu wzoru

$$\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho (\kappa y)^2}} = \frac{1}{\kappa y} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (20)$$

Zdefiniujemy nową zmienną v^* nazwaną prędkością tarcia lub prędkością dynamiczną

$$v^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (21)$$

Po podstawieniu (21) do (20) otrzymamy

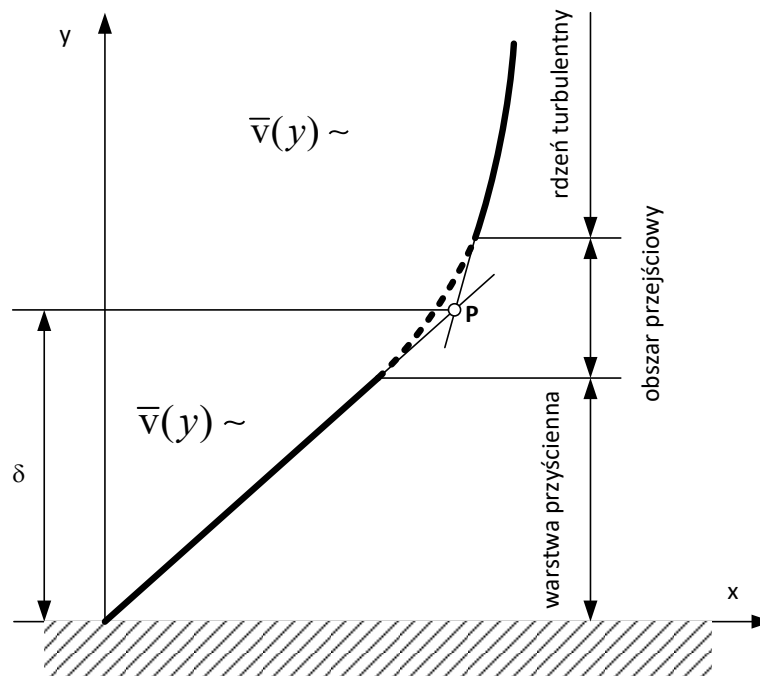
$$\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} = \frac{1}{\kappa y} v^* \quad (22)$$

$$\partial \bar{v}_x = \frac{1}{\kappa y} v^* \partial y \quad (23)$$

Po dwustronnym scałkowaniu równania (24) otrzymamy wzór na profil prędkości w rdzeniu turbulentnym

$$\bar{v}_x = \bar{v}(y) = \frac{v^*}{\kappa} \ln y + C \quad (24)$$

w którym C jest stałą całkowania, która będzie wyznaczona z warunku zszycia funkcji opisujących profil prędkości w warstwie przyściennej (16) i w rdzeniu turbulentnym (24). Ze wzoru (24) wynika, że profil prędkości w rdzeniu turbulentnym jest logarytmiczny. Po wykreśleniu profili prędkości dla obu obszarów otrzymamy profil dla przepływu turbulentnego (rys. 3).



Rys. 3. Profil prędkości w przepływie turbulentnym.

Punkt P jest punktem zszycia obu funkcji opisujących profil prędkości. Warunek zszycia oznacza, że w punkcie P znajdującym się na granicy warstwy przyściennej i rdzenia turbulentnego, prędkości obliczone wzorami (16) i (24) są równe. Grubość

warstwy przyściennej wyznaczona jest z analizy wymiarowej przyjmując, że jest ona funkcją dynamicznego współczynnika lepkości μ , gęstości płynu ρ i naprężeń stycznych τ_0 . Ponieważ zbiór elementów wymiarowych $\{\mu, \rho, \tau_0\}$ jest niezależny wymiarowo to w łatwy sposób możemy obliczyć funkcję wymiarową $\delta=f(\mu, \rho, \tau_0)$. Wynikiem jest zależność

$$\delta = \beta \frac{\mu}{\sqrt{\rho \tau_0}} = \beta \frac{\nu \rho}{\sqrt{\rho \tau_0}} = \beta \nu \sqrt{\frac{\rho}{\tau_0}} \quad (25)$$

a biorąc pod uwagę zależność (21) grubość warstwy przyściennej wynosi

$$\delta = \beta \frac{\nu}{v^*} \quad (26)$$

gdzie β jest wielkością bezwymiarową.

W punkcie zszycia P współrzędna $y=\delta$, a prędkości obliczone z (16) i (24) i po uwzględnieniu (21) wynoszą

$$\bar{v}_x = \frac{\tau_0}{\mu} \delta = \frac{\tau_0}{\rho \nu} \delta = \frac{v^{*2}}{\nu} \delta \quad \text{dla } y \leq \delta \quad (27)$$

$$\bar{v}_x = \frac{v^*}{\kappa} \ln \delta + C \quad \text{dla } y \geq \delta \quad (28)$$

Po porównaniu (27) i (28) i uwzględnieniu (26) otrzymamy

$$\frac{v^{*2}}{\nu} \beta \frac{\nu}{v^*} = \frac{v^*}{\kappa} \ln \beta \frac{\nu}{v^*} + C \quad (29)$$

stąd stała całkowania wynosi

$$C = \beta v^* - \frac{v^*}{\kappa} \ln \beta \frac{\nu}{v^*} \quad (30)$$

Wstawiając stałą całkowania do (24) otrzymamy równanie profilu prędkości w rdzeniu turbulentnym

$$\begin{aligned} \bar{v}(y) &= \frac{v^*}{\kappa} \ln y + \beta v^* - \frac{v^*}{\kappa} \ln \beta \frac{\nu}{v^*} \\ \bar{v}(y) &= v^* \left(\frac{1}{\kappa} \ln y + \beta - \frac{1}{\kappa} \ln \beta \frac{\nu}{v^*} \right) \end{aligned} \quad (31)$$

Uwzględniając wzoru na sumę i różnicę logarytmów wzór (31) uprości się do postaci

$$\begin{aligned}
\bar{v}(y) &= v^* \left(\frac{1}{\kappa} \ln y + \beta - \frac{1}{\kappa} \ln \beta - \frac{1}{\kappa} \ln \frac{v}{v^*} \right) \\
\bar{v}(y) &= v^* \left(\frac{1}{\kappa} \ln y - \frac{1}{\kappa} \ln \frac{v}{v^*} + \beta - \frac{1}{\kappa} \ln \beta \right) \\
\bar{v}(y) &= v^* \left(\frac{1}{\kappa} \ln y \frac{v^*}{v} + \beta - \frac{1}{\kappa} \ln \beta \right)
\end{aligned} \tag{32}$$

Stałe κ i β wyznaczone są w sposób doświadczalny i nie zależą od liczby Reynoldsa stąd ten profil prędkości nazywany jest uniwersalnym profilem prędkości. Jednak sam profil prędkości zależy od liczby Reynoldsa ponieważ prędkość tarcia v^* jest od niej uzależniona. Badania wykazały, że dla przepływów osiowo-symetrycznym w rurach o przekroju kołowym współczynniki wynoszą odpowiednio $\kappa=0,40$, $\beta=11,5$ w dosyć szerokim zakresie liczb Reynoldsa. Po podstawieniu tych wartości do (32) otrzymamy wzór na profil prędkości dla przepływu turbulentnego w przewodzie o przekroju kołowym

$$\bar{v}(y) = v^* \left(2,5 \ln y \frac{v^*}{v} + 5,4 \right) \tag{33}$$

2.3. Pomiar prędkości miejscowej

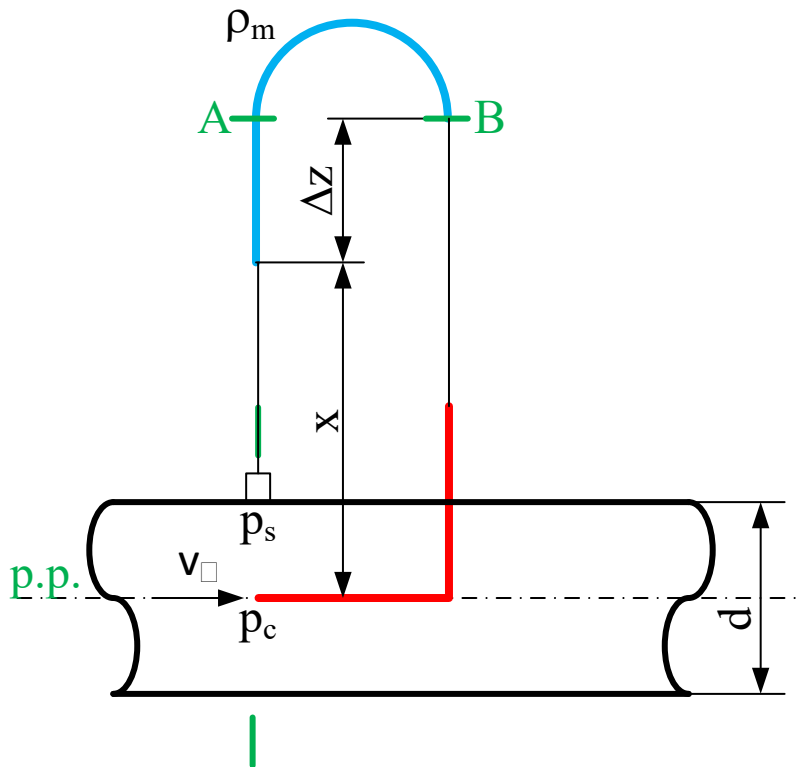
W celu doświadczalnego wyznaczenia profilu prędkości konieczny jest pomiar prędkości miejscowej. Przyrządami wykorzystywanymi do tego są rurki piętrzące. Spotyka się dwa rodzaje rurek piętrzących rurki Pitota i rurki Prandtla.

Rurka Pitota ma konstrukcję prostszą niż rurka Prandtla i jest to rurka o małej średnicy (najczęściej około 1 mm) zagięta pod kątem prostym. Rurkę taką umieszcza się w przepływającej strudze płynu, tak aby otwór czołowy ustawiony był prostopadle do kierunku przepływu. Rurka Pitota dokonuje pomiaru tzw. ciśnienia całkowitego p_c , które jest sumą ciśnienia dynamicznego p_d oraz statycznego p_s . Najczęściej rurka pracuje w układzie z manometrem różnicowym, w ten sposób, że jedno ramię manometru podłączone jest do rurki Pitota, natomiast drugie ramię do króćca bocznego w przewodzie (rys. 4).

Z prawa naczyń połączonych w przekrojach A-B ciśnienia jest jednakowe. Równanie manometru dla tych przekrojów ma postać

$$p_s - \rho g x - \rho_m g \Delta z = p_c - \rho g x - \rho g \Delta z \tag{34}$$

$$p_s - \rho_m g \Delta z = p_s + \frac{\rho v_\infty^2}{2} - \rho g \Delta z \quad (35)$$



Rys. 4. Przykładowy układ z rurką Pitota do pomiaru prędkości miejscowej.

Równanie doprowadzimy do takiej postaci, aby z lewej strony otrzymać wzór na różnicę ciśnień mierzoną przez manometr U-rurkowy odwrócony

$$\rho g \Delta z - \rho_m g \Delta z = \frac{\rho v_\infty^2}{2} \quad (36)$$

$$(\rho - \rho_m) g \Delta z = \frac{\rho v_\infty^2}{2} \quad (37)$$

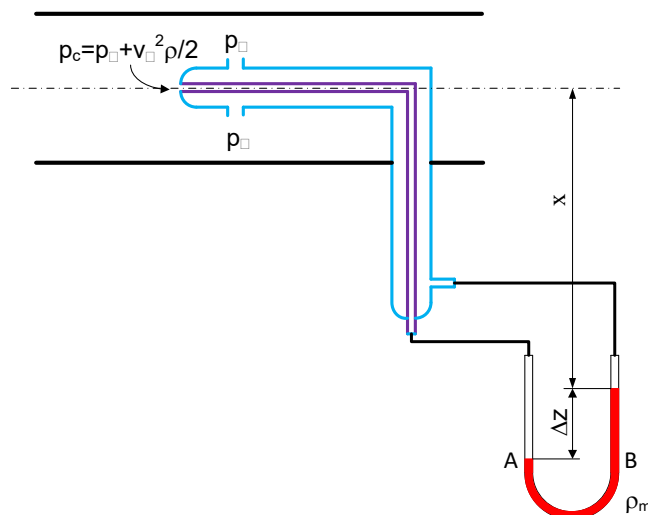
Z równania (37) wyznaczamy prędkość przepływu v_∞ .

$$v_\infty = \sqrt{\frac{2(\rho - \rho_m) g \Delta z}{\rho}} \quad (38)$$

Jeżeli rurkę Pitota będziemy ustawiać w różnej odległości od osi przewodu to dokonamy pomiaru profilu prędkości.

Innym rodzajem rurki piętrzącej jest rurka Prandtla. Rurka Prandtla zbudowana jest z dwóch rurek wewnętrznej rurki o małej średnicy zagiętej pod kątem prostym z otworem od czoła oraz zewnętrznej bez otworu czołowego, ale za to z otworami bocznymi. Otwór czołowy w wewnętrznej rurce podobnie jak w rurce Pitota dokonuje

pomiaru ciśnienia całkowitego, natomiast otwory boczne pełnią podobną rolę jak króciec boczny i mierzą ciśnienie statyczne. Rurka Prandtla ma w takim razie dwa wyprowadzenia, do których podłącza się manometr różnicowy. Oznacza to, że rurka Prandtla zawsze będzie dokonywać pomiaru różnicy ciśnienia całkowitego i ciśnienia statycznego w tym samym przekroju. Na rys. 5 przedstawiono typowy układ z rurką Prandtla.



Rys. 5. Przykładowy układ z rurką Prandtla do pomiaru prędkości miejscowej.

Z prawa naczyń połączonych w przekrojach A-B ciśnienia jest jednakowe. Równanie manometru dla tych przekrojów ma postać

$$p_{\infty} + \frac{v_{\infty}^2 \rho}{2} + \rho g x + \rho g \Delta z = p_{\infty} + \rho g x + \rho_m g \Delta z \quad (39)$$

Po uproszczeniu i pogrupowaniu członów równania tak, aby z lewej strony otrzymać wzór na różnicę ciśnień mierzoną przez manometr U-rurkowy

$$\rho_m g \Delta z - \rho g \Delta z = \frac{v_{\infty}^2 \rho}{2} \quad (40)$$

$$(\rho_m - \rho) g \Delta z = \frac{v_{\infty}^2 \rho}{2} \quad (41)$$

Stąd prędkość przepływu wynosi

$$v_{\infty} = \sqrt{\frac{(\rho_m - \rho) g \Delta z}{\rho}} \quad (42)$$

2.4. Wyznaczenie średniej prędkości przepływu

2.4.1. Zastosowanie równania ciągłości przepływu

Średnia prędkość przepływu może być wyznaczona z równania ciągłości przepływu, jednak potrzebna jest do tego znajomość strumienia objętości dla płynów nieściśliwych lub strumienia masy dla płynu ściśliwego.

$$q_v = v_{sr} \frac{\pi d^2}{4} \rightarrow v_{sr} = \frac{4q_v}{\pi d^2} \quad (43)$$

$$q_m = \rho v_{sr} \frac{\pi d^2}{4} \rightarrow v_{sr} = \frac{4q_m}{\rho \pi d^2} \quad (44)$$

Jednak nie zawsze znany jest strumień objętości lub strumień masy.

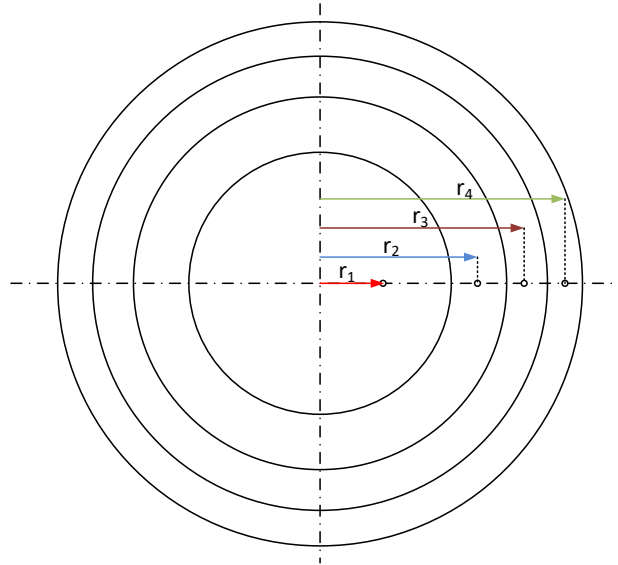
2.4.2. Wyznaczenie prędkości średniej metodą pierścieni o równych polach

Metoda określona jest normą PN-81/M-42367. Polega na podziale przekroju poprzecznego na pierścienie o równych polach. Następnie pomiarze w środku każdego pierścienia prędkości miejscowej – prędkość średnia jest średnią arytmetyczną zmierzonych prędkości. Ilość pierścieni uzależniona jest od średnicy przewodu, dla przewodów o średnicach $100 \leq D \leq 300$ mm liczba pierścieni $N=3 \div 6$, natomiast dla średnic $300 < D < 900$ pierścieni powinno być $N=5 \div 10$. Na rys.6 przedstawiono przykładowy podział przewodu na 4 pierścienie o równych polach. Na rysunku oznaczono promienie, w których należy ustawić rurkę piętzącą w celu wyznaczenia prędkości średniej.

Promienie na których leżą punkty pomiarowe można obliczyć ze wzoru

$$r_i = R \sqrt{\frac{2i-1}{2N}} \quad (45)$$

w którym r_i – promień punktu pomiarowego, R – promień rury, i – kolejne punkty pomiarowe od $i=1$ do N , N – liczba pierścieni.



Rys. 4. Przykład podziału przewodu na 4 pierścienie o równych polach.

Prędkość średnia jest średnią arytmetyczną

$$v_{sr} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i \quad (46)$$

2.4.3. Wyznaczenie prędkości średniej metodą Nikuradsego.

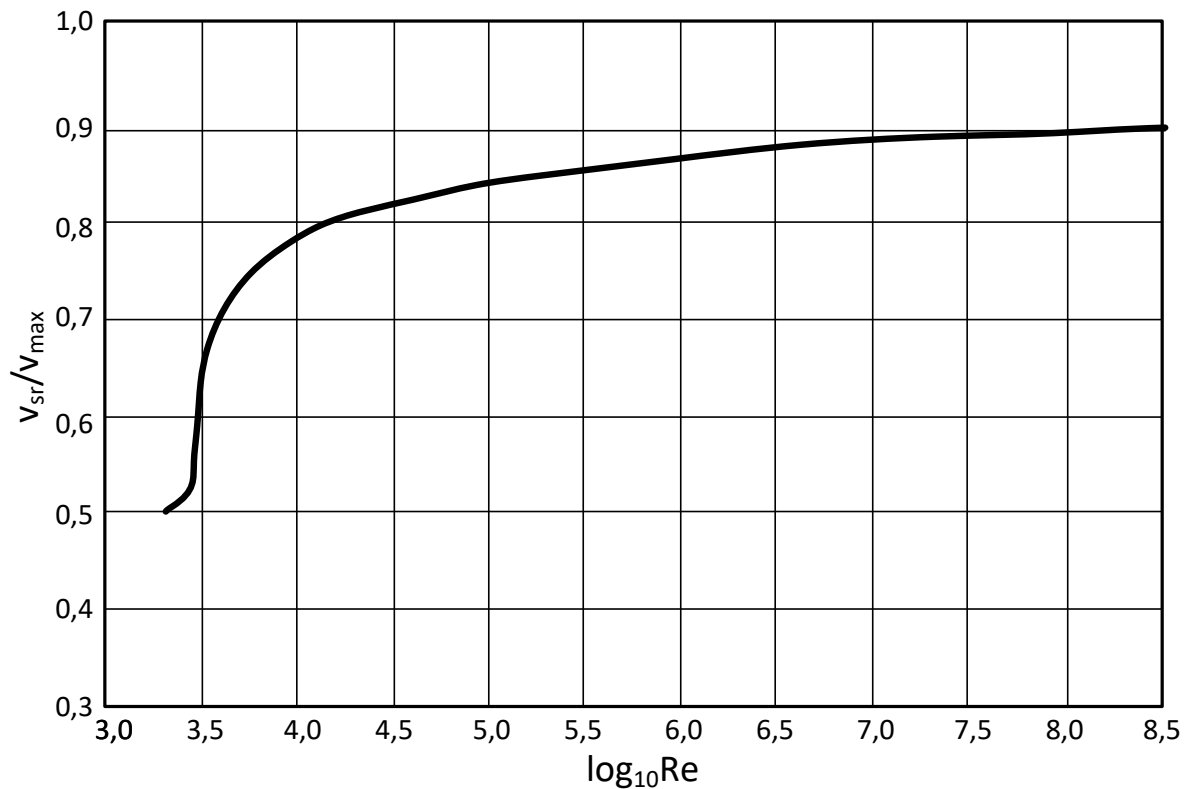
Jest to najprostsza metoda wyznaczenia prędkości średniej za pomocą rurki piętrowej. Polega ona na pomiarze prędkości w takim punkcie przekroju poprzecznego, w którym jest ona maksymalna (najczęściej będzie to oś przewodu lub jej pobliże).

Na podstawie wyznaczonej prędkości maksymalnej oblicza się liczbę Reynoldsa

$$Re = \frac{v_{max} D}{\nu} \quad (47)$$

Nikuradse na podstawie własnych badań sporządził charakterystykę (rys. 7)

$$\frac{v_{sr}}{v_{max}} = f(Re) \quad (48)$$



Rys. 7. Zależność v_{sr}/v_{max} od liczby Reynoldsa dla przepływu turbulentnego wg Nikuradsego.

Charakterystyka dotyczy tylko przepływu turbulentnego, oś odciętych ma podziałkę logarytmiczną.

Mając obliczoną liczbę Reynoldsa z charakterystyki odczytujemy stosunek prędkości średniej do prędkości maksymalnej i następnie wylicza się prędkość średnią.

Metoda ta nie jest mało dokładna, ale może być stosowana gdy chcemy w szybki sposób wyznaczyć prędkość średnią.

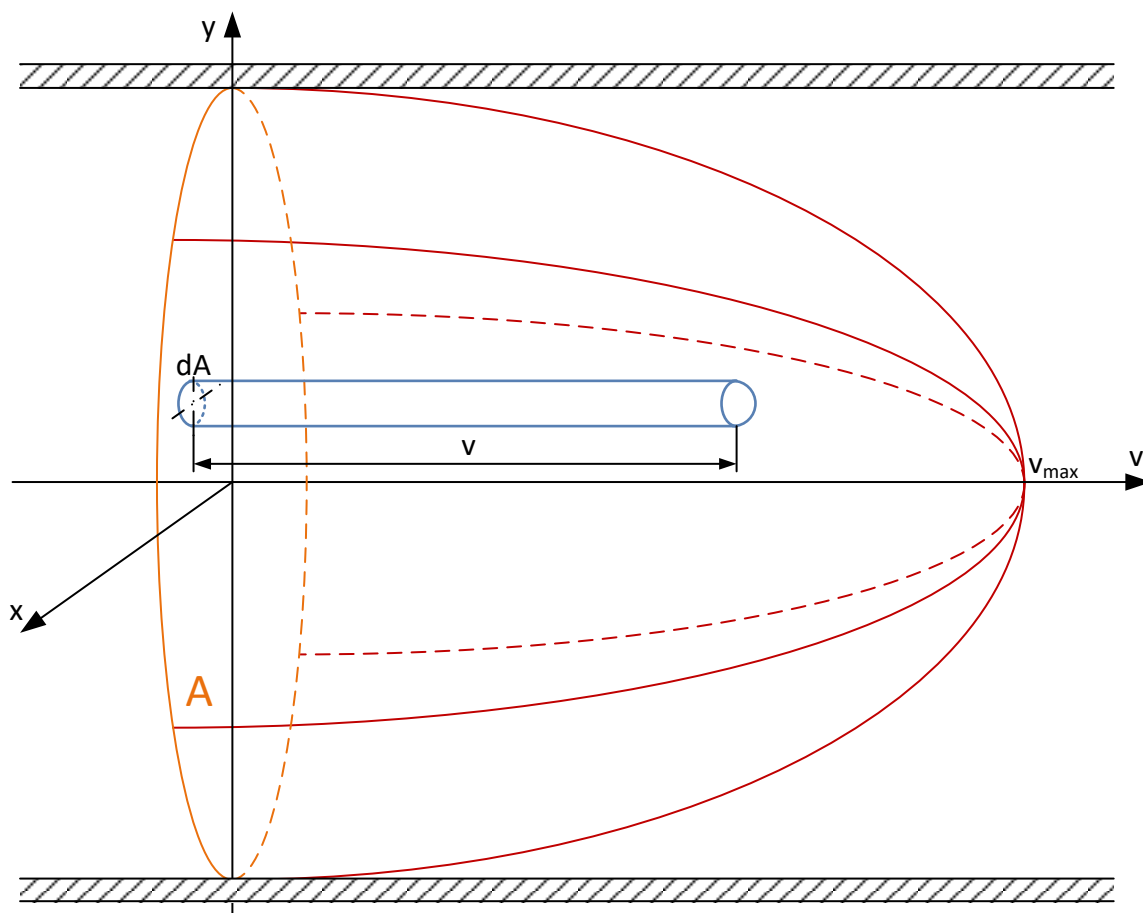
2.4.4. Wyznaczenie prędkości średniej poprzez całkowanie profilu prędkości.

Wychodząc z równania ciągłości przepływu prędkość średnia wynosi

$$v_{sr} = \frac{q_v}{A} = \frac{\int v dA}{A} \quad (49)$$

czyli może zostać otrzymana poprzez scałkowanie bryły przedstawiającej rozkład prędkości po powierzchni pola przekroju przepływowego.

Jeżeli mamy zmierzony profil prędkości w całym przekroju przepływowym to tworzy on bryłę prędkości. Należy cały przekrój przepływowy podzielić na pola elementarne dA , następnie obliczyć elementarną objętość $dV=v dA$. Sumując wszystkie elementarne objętości otrzymamy objętość bryły utworzonej przez profil prędkości. Objętość bryły liczbowo będzie równa strumieniowi objętości, a dzieląc ją przez pole powierzchni przekroju przepływowego A otrzymamy prędkość średnią.

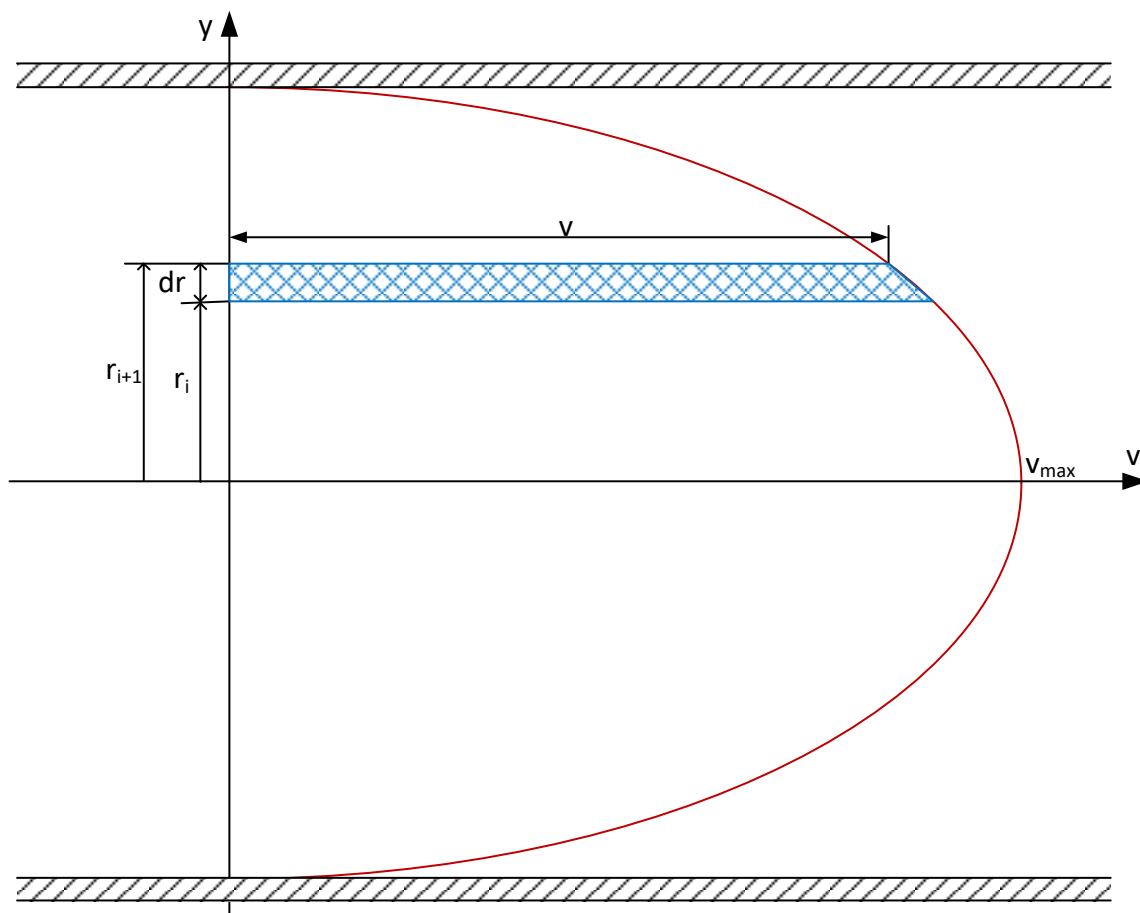


Rys. 8. Bryła utworzona przez profil prędkości.

Metoda ta ma duże znaczenie w przypadku niesymetrycznych profili prędkości. Brak symetrii profilu prędkości dotyczy rzeczywistych przepływów, w których występują zaburzenie profilu, pomiarów prędkości obarczonych błędami pomiarowymi.

W przypadku przepływu jednowymiarowego obliczenia można uprosić sumując elementarne pola równe vdr , zamiast elementarnych objętości.

$$v_{sr} = \frac{1}{2R} \int_{-R}^R v dr \quad (50)$$



Rys. 9. Wyznaczanie prędkości średniej w ruchu jednowymiarowym.

3. Opis stanowiska

Stanowisko składa się następujących elementów:

- przewodu z przezroczystego tworzywa (1), przez który wentylator (2) tłoczy powietrze o stałym strumieniu objętości q_v ;
- rurki Pitota zamontowanej na prowadnicy z noniuszem (3). Umiejscowioną na prowadnicy rurkę Pitota można przesuwając w kierunku promieniowym oraz wykonać pomiar rzędnej położenia osi rurki względem osi przewodu;
- mikromanometru różnicowego M (4);
- termometru (5);
- wyłącznika wentylatora (6).

4. Procedura badawcza

4.1. Zapoznać się z budową stanowiska i sporządzić jego schemat, na którym należy zaznaczyć opisane w pkt. 3 elementy.

4.2. Ustawić na noniuszu (3) 0 mm, w tym położeniu rurka Pitota znajduje się w pierwszym punkcie pomiarowym przy ścianie przewodu. Ustawić maksymalne przełożenie manometru różnicowego. Włączyć wentylator (2) wyłącznikiem (6). Zmniejszać przełożenie manometru tak, długo jak wychylenie cieczy manometrycznej będzie mieścić się na skali rurki manometru. **Przy każdym pomiarze należy poczekać na ustabilizowanie wychylenia słupka cieczy manometrycznej.** Zapisać położenie rurki Pitota, wychylenie i przełożenie manometru.

4.3. Przesunąć rurkę Pitota ustawiając na noniuszu (3) 2 mm i po ustabilizowaniu się wychylenia cieczy manometrycznej zapisać wychylenie i przełożenie manometru.

4.5. Przesuwać rurkę Pitota co 1 mm aż do osiągnięcia położenia 15 mm. Zapisywać położenie rurki Pitota, wychylenie i przełożenie manometru. Jeśli to konieczne zmienić przełożenie manometru.

4.6. Od położenie 15 mm do 75 mm rurkę Pitota przesuwać z krokiem 5 mm. Zapisywać położenie rurki Pitota, wychylenie i przełożenie manometru. Jeśli to konieczne zmienić przełożenie manometru.

4.7. Od położenia 76 mm do 89 mm zmieniać przesuwając rurkę Pitota co 1 mm. Zapisywać położenie rurki Pitota, wychylenie i przełożenie manometru. Jeśli to konieczne zmienić przełożenie manometru.

4.9. Obliczyć współrzędne promieni (47), w których należy ustawić rurkę piętrzącą do metody podziału na pierścieni o równych polach. **Liczba pierścieni zostanie podana przez prowadzącego.** Przeliczyć wyliczone pierścienie na położenie rurki Pitota. Ustawić rurkę Pitota w wyznaczonych położeniach i dokonać pomiaru (patrz punkt 6.1). Za każdym razem zwracać uwagę na ustabilizowanie się wychylenia oraz dobranie właściwego przełożenia manometru. Zapisać w protokole położenie rurki Pitota, wychylenie i przełożenie manometru.

4.8. Odczytać parametry otoczenia (temperatura T_o , ciśnienie barometryczne p_b , wilgotność) - odczyt jednorazowy.

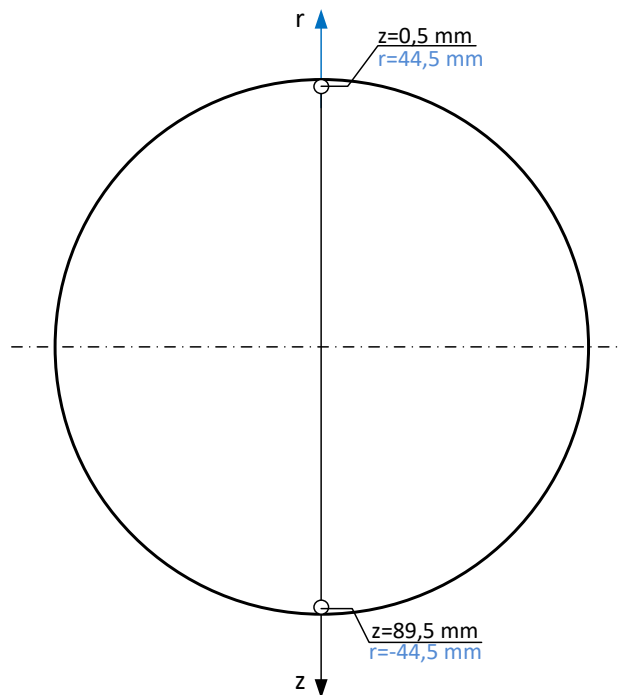
5. Tabela wielkości mierzonych

Tabela wielkości pomiarowych do tego ćwiczenia zamieszczona jest na końcu instrukcji. Tabelę należy uzupełnić o jednostki wielkości mierzonych.

6. Opracowanie wyników pomiarów

Opracowanie wyników pomiarów należy wykonać zgodnie z poniższymi wytycznymi:

6.1. Przeliczyć położenie rurki Pitota z na promień wodzący r . Średnica zewnętrzna rury wynosi 100 mm, a grubość ścianki 5 mm stąd średnica wewnątrz wynosi 90 mm. Rurka Pitota ma średnicę 1 mm. W górnym położeniu współrzędna wynosi $z=0,5$ mm, a promień wodzący $r=44,5$ mm, natomiast w dolnym położeniu $z=89,5$ mm, a promień wodzący $r=-44,5$ mm (rys. 10).



Rys. 10. Zależność pomiędzy promieniem wodzącym, a współrzędną z .

Ponieważ zależność pomiędzy promieniem wodzącym, a współrzędną z jest liniowa korzystając z dwóch punktów wyprowadzić równanie $r(z)$.

6.2 Na podstawie zapisanych warunków otoczenia, obliczyć ciśnienie pary nasyconej, gęstość powietrza oraz dynamiczny współczynnik lepkości.

Ciśnienie pary nasyconej

$$p_{nas} = 9,8065 \cdot 10^5 \frac{e^{\frac{0,01028 \cdot T - \frac{7821,541}{T} + 82,86568}{T^{11,48776}}}}{T^{11,48776}} \quad (51)$$

Gęstość powietrza

$$\rho_p = \frac{1}{R_s} \frac{1 + \frac{0,622 \cdot \varphi \cdot p_{nas}}{p - \varphi \cdot p_{nas}}}{1 + \frac{\varphi \cdot p_{nas}}{p - \varphi \cdot p_{nas}}} \frac{p}{T} \quad (52)$$

Dynamiczny współczynnik lepkości

$$\mu = \mu_0 \frac{273 + C}{T + C} \left(\frac{T}{273} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (53)$$

gdzie: μ_0 – dynamiczny współczynnik lepkości w temperaturze 273 K (dla powietrza $\mu_0 = 17,08 \cdot 10^{-6} \text{Pa} \cdot \text{s}$); C – stała Sutherlanda (dla powietrza C = 112).

6.3 Na podstawie danych pomiarowych dla każdego punktu pomiarowego obliczyć prędkość v (59). Ciśnienie dynamiczne mierzone przez manometr różnicowy przedstawia się wzorem

$$p_d = (\rho_m - \rho) g k \Delta l = \frac{\rho v^2}{2} \quad (54)$$

stąd prędkość miejscowa jest równa

$$v = \sqrt{\frac{2(\rho_m - \rho) g k \Delta l}{\rho}} \quad (55)$$

ponieważ $\rho_m \gg \rho$ to można zastosować uproszczony wzór

$$v \approx \sqrt{\frac{2\rho_m g k \Delta l}{\rho}} \quad (56)$$

6.4. Obliczyć prędkość średnią korzystając z metody podziału na pierścienie o równych polach.

6.5. Obliczyć prędkość średnią metodą Nikuradsego. Jako prędkość maksymalną wybrać największą zmierzona prędkość przepływu.

6.6. Wyznaczyć prędkość średnią poprzez całkowanie profilu prędkości. Zastosować metodę graficzną opisaną w instrukcji L6 w rozdziale 6. Narysować zmierzony profil prędkości

7. Pytania kontrolne

- 1) Wymienić różnice w profilu prędkości przepływu laminarnego i turbulentnego.
- 2) Jak za pomocą równania ciągłości przepływu zdefiniowana jest prędkość średnia dla płynu ściśliwego i nieściśliwe.
- 3) Co to jest ciśnienie całkowite i w jaki sposób jest mierzone?
- 4) W jaki sposób jest mierzone ciśnienie statyczne?
- 5) Podać wzór na ciśnienie dynamiczne i jego jednostkę.
- 6) Podać różnice w konstrukcji rurki Pitota i Prandtla.
- 7) Ile wynosi stosunek prędkości średniej do maksymalnej w przepływie laminarnym i turbulentnym.
- 8) Jakie siły mają wpływ na profil prędkości w warstwie przyściennej i rdzeniu turbulentnym?
- 9) Narysować profil prędkości w przepływie turbulentnym (w warstwie przyściennej i rdzeniu turbulentnym).
- 10) Co to jest punkt zszycia w profilu prędkości dla przepływu turbulentnego.
- 11) Na czym polega metoda wyznaczenia prędkości średniej za pomocą pierścieni o równych polach.
- 12) Na czym polega metoda Nikuradsego do wyznaczania prędkości średniej.
- 13) Na czym polega metoda wyznaczania prędkości średniej poprzez całkowanie profilu prędkości.

Tabela pomiarowa do L17

L.p.	z	Δh	Lp.	z	Δh	Lp.	z	Δh
1.			15.			29.		
2.			16.			30.		
3.			17.			31.		
4.			18.			32.		
5.			19.			33.		
6.			20.			34.		
7.			21.			35.		
8.			22.			36.		
9.			23.			37.		
10.			24.			38.		
11.			25.			39.		
12.			26.			40.		
13.			27.			41.		
14.			28.			42.		

Tabela do wyznaczenia prędkości średniej metodą pierścieni o równych polach

i	1	2	3	4	5	6
r_i/R						
Δh_i						

Warunki pomiaru		
Symbol	Jednostka	Wartość
ρ_m	kg/m ³	
φ	%	
t	°C	
p_b	hPa	

Sekcja nr			
Lp.	Nazwisko	Imię	Nr albumu
1.			
2.			
3.			
4.			

Data, podpis prowadzącego